

**Негосударственное частное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Национальный открытый институт г. Санкт-Петербург»**

Тарелкин Е.П., Блинов А.Ф.

## **Космическая геодезия**

**Учебное пособие**

Рекомендовано Саморегулируемой организацией  
НП «Изыскатели Санкт-Петербурга и Северо-Запада»  
для студентов, обучающихся по направлениям  
120100.62 «Геодезия и дистанционное зондирование»,  
120700.62 «Землеустройство и кадастры»  
и слушателей курсов повышения квалификации

Санкт-Петербург  
2015

**УДК 528.7**

**ББК 26.11**

**T19**

**ТАРЕЛКИН, ЕВГЕНИЙ ПЕТРОВИЧ**

**БЛИНОВ, АЛЕКСАНДР ФРИДРИХОВИЧ**

Учебное пособие предназначено для студентов, обучающихся по направлениям 120100.62 «Геодезия и дистанционное зондирование» и 120700.62 «Землеустройство и кадастры» и слушателей курсов повышения квалификации. В пособии изложены теоретические вопросы дисциплины.

**УДК 528.7**

**ББК 26.11**

ISBN 978-5-906759-15-3

© Тарелкин Е.П.. 2014

© Блинов А.Ф. 2015

©НОИР 2015

© ИКЦ 2015

## Предисловие

Согласно Федеральному государственному образовательному стандарту высшего профессионального образования подготовки бакалавров по направлению «Геодезия и дистанционное зондирование», объектом профессиональной деятельности выпускника являются: поверхность Земли, других планет и их спутников; территориальные и административные образования; искусственные и естественные объекты на поверхности и внутри Земли и других планет, а также околоземное космическое пространство; геодинамические явления и процессы; гравитационные, электромагнитные и другие физические поля.

Согласно Федеральному государственному образовательному стандарту высшего профессионального образования подготовки бакалавров по направлению «Землеустройство и кадастры», объектом профессиональной деятельности выпускника являются: земельные и другие виды природных ресурсов; категории земельного фонда; территории административных образований; территориальные зоны; зоны с особыми условиями использования территорий; зоны специального правового режима; землепользования и земельные участки в зависимости от целевого назначения и разрешенного использования; земельные угодья; единые объекты недвижимости и кадастрового учета; информационные системы и технологии кадастра недвижимости; геодезическая и картографическая основы землеустройства и кадастра недвижимости.

Область профессиональной деятельности бакалавров включает:

- получение измерительной пространственной информации о поверхности Земли, отображение поверхности Земли или отдельных её территорий на планах и картах;
- осуществление координатно-временной привязки объектов, явлений и процессов на поверхности Земли;
- организация и осуществление работ по сбору и распространению геопространственных данных как на территорию Российской Федерации в целом, так и на отдельных её регионах с целью развития их инфраструктуры.

Цель изучения дисциплины – сформировать у будущих специалистов знания в области космической геодезии, законах движения искусственных спутников Земли (ИСЗ) и возможностях использования этих законов для решения задач геодезии, а также для изучения динамики изменения поверхности Земли и развития процессов деформаций и смещений, обеспечения безопасности и предотвращения катастроф.

Задачи дисциплины направлены на изучение:

- теории использования Луны, ИСЗ и КА для решения геодезических задач;
- способов определения и уточнение орбит и вычисления эфемерид;
- требований к геодезическим спутникам в отношении параметров их орбит и состава бортовой аппаратуры;
- требований к расположению станций слежения и их аппаратурного оснащения;
- инструментов и методов наблюдений спутников;
- вопросов обработки и интерпретации полученных результатов.

Изучение курса «Космической геодезии» позволит студентам в последующем перейти к изучению дисциплины «Спутниковые системы и технологии позиционирования».

Большое значение в изучении дисциплины имеет самостоятельная работа обучающихся. Она имеет целью закрепление и углубление полученных знаний и навыков, подготовку к предстоящим занятиям и зачёту по дисциплине, а также формирование навыков умственного труда и самостоятельности в поиске и приобретении новых знаний.

Для эффективной организации самостоятельной работы над учебным материалом целесообразно придерживаться следующих рекомендаций.

1. Ознакомиться с учебной литературой (учебниками и учебными пособиями):

- перелистать, познакомиться со структурой, запомнить рубрикацию разделов, приложений, определить к каким разделам дисциплины относится тот или иной фрагмент источника, выделить материал, не вошедший в структуру дисциплины;
- ознакомиться с введением и сформировать свое мнение о содержимом источника.

2. Ввести в память своего персонального компьютера программы и справочную литературу (например, переписать их с компьютера преподавателя).

3. При работе над конкретным разделом дисциплины:

- проработать по учебникам и учебным пособиям нужный раздел и имеющиеся к нему приложения;
- постараться понять соответствующий учебный материал на концептуальном уровне;
- поработать с приложениями: предметным и именным указателями, указателем иностранных слов, толковым словарем;
- совершить «экскурсию» по Интернет;
- при наличии электронного конспекта и/или презентации по данной теме, использовать их;
- при возникновении неясностей в рассматриваемом разделе – задать вопрос преподавателю при личной встрече или по Интернету.

4. Решить предлагаемые в разделе задачи, взяв их из задачника; при заочном обучении решения задач пересылать преподавателю через Интернет.

5. По мере продвижения вперед не забывать регулярно «оглядываться назад», повторяя содержание пройденного материала; это позволит составить образное представление о структуре дисциплины, её логичной целостности.

# Содержание

ВВЕДЕНИЕ	8
1. СИСТЕМЫ КООРДИНАТ В КОСМИЧЕСКОЙ ГЕОДЕЗИИ	16
1.1 ФУНКЦИОНАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ КОСМИЧЕСКОЙ ГЕОДЕЗИИ	16
1.2 СИСТЕМЫ КООРДИНАТ	17
1.3 ПРЕОБРАЗОВАНИЕ КООРДИНАТ	23
1.4 ФАКТОРЫ, ВЛИЯЮЩИЕ НА ПОЛОЖЕНИЕ СИСТЕМ КООРДИНАТ	27
2. СИСТЕМЫ ИЗМЕРЕНИЯ ВРЕМЕНИ, ПРИМЕНЯЕМЫЕ В КОСМИЧЕСКОЙ ГЕОДЕЗИИ	29
2.1 ВСЕМИРНОЕ ВРЕМЯ	29
2.2 ЗВЁЗДНОЕ ВРЕМЯ	31
2.3 ЭФЕМЕРИДНОЕ ВРЕМЯ	32
3. НЕВОЗМУЩЁННОЕ ДВИЖЕНИЕ ИСЗ	33
3.1 ЗАКОНЫ ДВИЖЕНИЯ ИСЗ	33
3.2 ЭЛЕМЕНТЫ ОРБИТЫ И ИХ СВЯЗЬ С ПОСТОЯННЫМИ ИНТЕГРИРОВАНИЯ	36
3.3 ПОЛОЖЕНИЕ СПУТНИКА В ПРОСТРАНСТВЕ	38
4. ВОЗМУЩЁННОЕ ДВИЖЕНИЕ ИСЗ	41
4.1 ОСНОВНЫЕ ВОЗМУЩЕНИЯ, ВЛИЯЮЩИЕ НА ДВИЖЕНИЕ ИСЗ	41
4.2. ВЛИЯНИЕ ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ ЗЕМЛИ И АТМОСФЕРНОГО ТОРМОЖЕНИЯ	42
4.3 ВОЗМУЩАЮЩЕЕ ДЕЙСТВИЕ ЛУНЫ И СОЛНЦА	44
5. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ МЕТОД КОСМИЧЕСКОЙ ГЕОДЕЗИИ	48
5.1 ОСНОВНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ КОСМИЧЕСКИХ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ СЕТЕЙ	48
5.2 МЕТОДЫ ПОСТРОЕНИЯ КОСМИЧЕСКИХ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ СЕТЕЙ	52
5.3 УРАВНИВАНИЕ КОСМИЧЕСКИХ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ СЕТЕЙ	56
6. ДИНАМИЧЕСКИЙ МЕТОД КОСМИЧЕСКОЙ ГЕОДЕЗИИ	59
6.1 СУЩНОСТЬ ДИНАМИЧЕСКИХ ЗАДАЧ	59
6.2 СУЩНОСТЬ ОРБИТАЛЬНОГО МЕТОДА	60
7. ОСНОВНЫЕ МЕТОДЫ НАБЛЮДЕНИЯ ИСЗ	65
7.1 ФОТОГРАФИЧЕСКИЕ НАБЛЮДЕНИЯ	65
7.2 ЛАЗЕРНЫЕ И ДОПЛЕРОВСКИЕ НАБЛЮДЕНИЯ	68
7.3 УСЛОВИЯ ВИДИМОСТИ СПУТНИКА	71
8. АЛЬТЕРНАТИВНЫЕ МЕТОДЫ КОСМИЧЕСКОЙ ГЕОДЕЗИИ	75
8.1 ДЛИННОБАЗИСНАЯ ИНТЕРФЕРОМЕТРИЯ	75
8.2 ДАЛЬНОМЕРНЫЕ НАБЛЮДЕНИЯ ЛУНЫ	76

8.3 АЛЬТЕРНАТИВНЫЕ СПУТНИКОВЫЕ МЕТОДЫ	76
9. КОСМИЧЕСКАЯ ГЕОДЕЗИЯ И ГЕОДИНАМИКА	78
9.1 Геодинамические явления	78
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	80
ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ	81
РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА	83
ОСНОВНАЯ ЛИТЕРАТУРА	83
ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА	83
РУКОВОДЯЩИЕ ДОКУМЕНТЫ И СПРАВОЧНАЯ ЛИТЕРАТУРА	83
СЛОВАРЬ ТЕРМИНОВ	87
СЛОВАРЬ ПЕРСОНАЛИЙ	94

## Введение

При передаче координат на большие расстояния обычными методами (триангуляция, трилатерация, полигонометрия), происходит заметное накопление ошибок.

Действительно, длина стороны треугольника в триангуляции 1 класса астрономо-геодезической сети (АГС) 20 км. Длина полигона 200-250 км. Получается, что полигон триангуляции 1 класса состоит из 10-12 треугольников. Если среднюю квадратическую ошибку получения координат из одного треугольника обозначить  $m$ , то средняя квадратическая ошибка координат  $M$  в конце полигона можно оценить по известной из теории математической обработки измерений формуле:

$$M = m \cdot \sqrt{n},$$

где  $n$  – количество треугольников в полигоне.

200 км – это треть расстояния от Санкт-Петербурга до Москвы. Какова же будет точность передачи координат до Владивостока?

Ограничение длины стороны треугольника вызвано кривизной поверхности Земли. Чем дальше от наблюдателя визирная цель, тем больше она склоняется к горизонту и, в конце концов, уходит за горизонт. Поэтому при развитии АГС часто геодезические пункты устанавливают на вершинах возвышенностей, а также строят геодезические знаки – сигналы с тем, чтобы выше поднять наблюдателя и визирные цели над поверхностью Земли (рис. 1).



Рис. 1 К расчёту высоты геодезического знака

Рассмотрим пример. На рис. 2 изображено некоторое геодезическое построение.



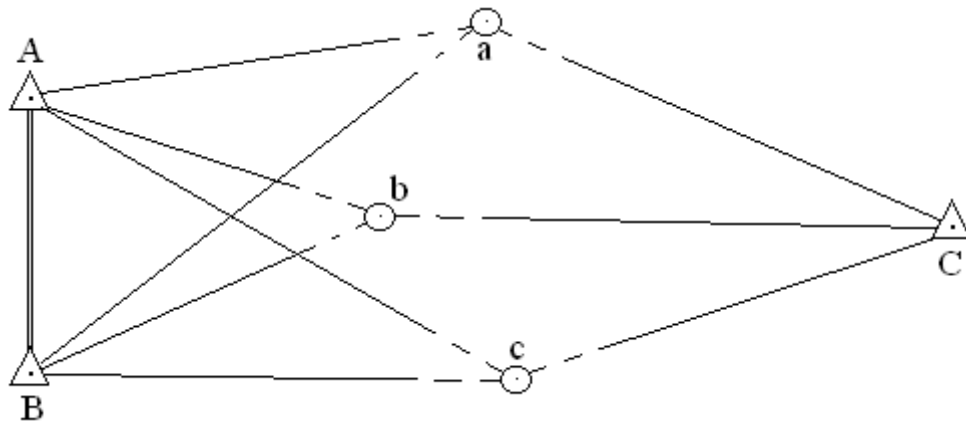


Рис. 2 Передача координат через недоступные пункты

Пункты  $A$  и  $B$  являются исходными, пункт  $C$  – определяемый. Точки  $a$ ,  $b$  и  $c$  – вспомогательные. Они недоступны и используются только в качестве визирных целей.

Если с пунктов  $A$  и  $B$  измерить направления на точки  $a$ ,  $b$  и  $c$ , используя формулы Юнга, можно определить координаты вспомогательных точек. Если измерить направления на вспомогательные точки с пункта  $C$ , то решая задачу обратной угловой засечки, можно вычислить его координаты.

Ничего принципиально не изменится, если дополнительно к направлениям измерять и зенитные расстояния. При этом от пунктов  $A$  и  $B$  на пункт  $C$  можно будет передать не только координаты, но и высоту. Получится пространственная триангуляция (рис. 3).

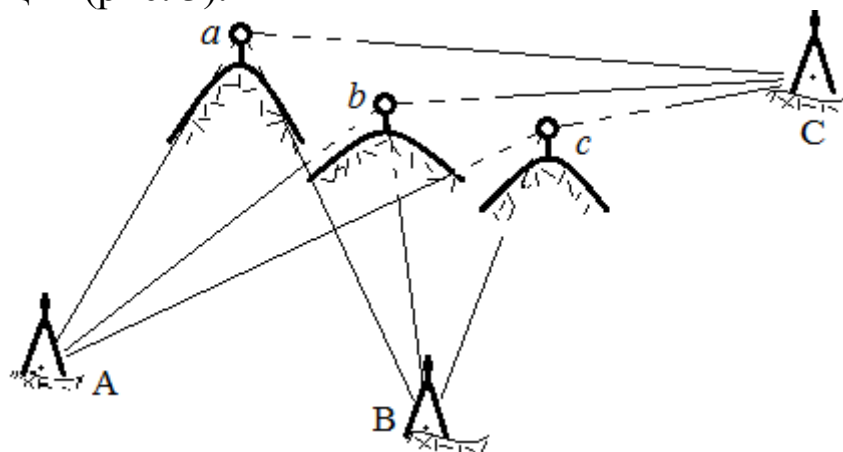


Рис. 3 Вариант пространственной триангуляции

В некоторых случаях такая методика передачи координат может быть использована. Например, если использовать в качестве вспомогательных точек заметные ориентиры на вершинах гор, островах и т.п. Но подобные благоприятные ситуации встречаются довольно редко и широкого применения не

находят. Горы есть не везде, и на их вершинах может не оказаться чётких визирных целей.

Большой эффект может дать использование искусственных визирных целей, поднимаемых на достаточную высоту, например, на воздушных шарах или других летательных аппаратах (рис. 4).

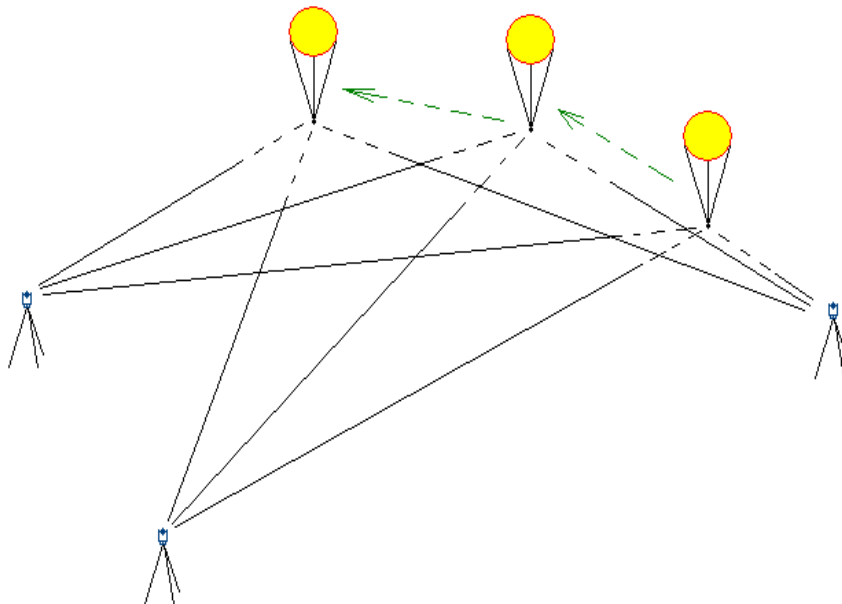


Рис. 4 Пространственная триангуляция по подвижным целям

Здесь возникает другая проблема. Такие визирные цели не находятся в покое, а постоянно перемещаются, меняя свои координаты. В этом случае возможен такой вариант: на всех пунктах измерить направления (зенитные расстояния) необходимо одновременно. То есть синхронно. При этом будет зафиксировано некоторое мгновенное положение визирной цели.

При использовании такой методики становится важна синхронность наблюдений. Для примера, если визирная цель перемещается со скоростью 110 км/час (на высоте 10 км скорость ветра может быть и больше), ошибка по времени наблюдения в  $0,1^s$  даст ошибку в положении визирной цели в 3 метра.

Впервые разрешение проблемы синхронности предложил в 1946 году финский геодезист Вяйсяля. В качестве визирных целей он предложил использовать пороховые заряды, поднимаемые на воздушных шарах. Вспышка порохового заряда видна во всех точках наблюдения и обеспечивает одновременность наблюдений. В реальности он использовал лампы – вспышки, наподобие тех, которые используются в фотоаппаратах, но гораздо более мощные.

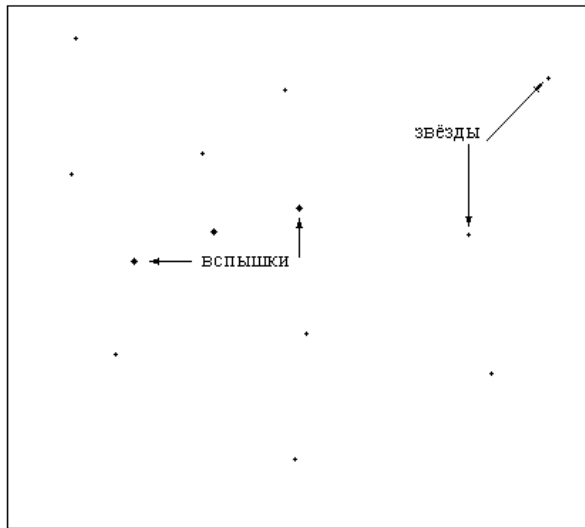


Рис. 5 Фотография вспышек на фоне звёзд (негатив)

С другой стороны, он предложил измерять направления и зенитные расстояния не теодолитом, а фотографируя вспышки ночью на фоне звёздного неба. Действительно, если на снимке есть изображения звёзд на некоторый момент времени, то, используя звёздный каталог, можно вычислить их азимуты и зенитные расстояния. Произведя астрометрическую обработку снимка, можно определить азимут и зенитное расстояние на вспышку, то есть на визирную цель (рис. 5).

За один сеанс наблюдений может быть произведено несколько вспышек, что повышает точность определений за счёт их избыточности.

В 1959 году в соответствии с предложением Вайсяля было определено направление хорды, соединяющей обсерватории Турку и Хельсинки. Расстояние между этими пунктами составило 154 км, направление хорды получилось с ошибкой 1,2".

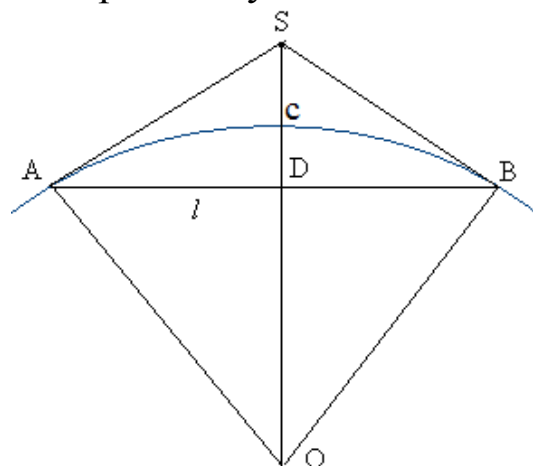


Рис. 6 К расчёту длины хорды

Позже, с запуском ИСЗ, появилась возможность фотографировать спутники на фоне звёзд. Что это дало. Рассмотрим рисунок 6.

Что даёт подъем визирной цели на большую высоту? Попробуем оценить длину хорды в зависимости от высоты ИСЗ. На рисунке 5:

- точки  $A$  и  $B$  – концы хорды, то есть пункты наблюдения за ИСЗ;

- точка  $S$  – ИСЗ;

- точка  $O$  – центр Земли;

- точка  $c$  - подспутниковая точка.

$OA$  – радиус Земли  $\approx 6380$  км,  $AD$  - половина длины хорды  $l$ . Произведя соответствующие вычисления, получим:

$SD$	$l$	хорда
100 км	1130 км	2260 км
200 км	1600 км	3200 км
300 км	2000 км	4000 км

С методики фотографирования ИСЗ на фоне звёзд, собственно, и началась космическая геодезия. Опытные наблюдения показали эффективность метода.

Первыми строить сеть пунктов наблюдения ИСЗ начали американцы. В 1959 году первую экспериментальную космическую геодезическую сеть из 12 пунктов, оснащённой аппаратурой для фотографирования ИСЗ, начала строить Смитсоновская астрофизическая обсерватория.

Позже, в 1964 году в США Междуведомственной рабочей группой с участием NASA, Министерства обороны, Береговой и Геодезической службы была разработана Национальная спутниковая программа NGPS, целью которой являлось:

- создание мировой космической геодезической сети, состоящей из 86 пунктов;

- определение параметров геопотенциала.

По этой программе было запущено 6 специальных спутников: Геос-1 (А), Геос-1 (В), Геос-С, Пагеос и два спутника серии «Эксплорер».

В нашей стране работы по наблюдениям ИСЗ в геодезических целях ведутся с 1961 года по инициативе учёных Пулковской обсерватории и Астросовета академии наук.

С тех пор работы по космической геодезии начали развиваться очень быстро. Разрабатывались новые образцы измерительной техники, увеличивалось количество постоянно действующих обсерваторий и астрономогеодезических пунктов. Наблюдения ИСЗ осуществлялись круглый год по несколько измерений каждые сутки. Результаты обрабатывались централизованно, происходило накопление многолетних наблюдений, повышение точности конечных результатов.

Космическая геодезия – раздел геодезической науки, в которой изучаются вопросы использования результатов наблюдений искусственных спутников Земли, а также естественных небесных тел для решения научных и практических задач геодезии.

Для решения геодезических задач космическая геодезия:

- рассматривает теорию использования наблюдений ИСЗ и других небесных тел;
- разрабатывает методы определения и уточнения орбит ИСЗ;
- определяет требования к параметрам орбит геодезических спутников и составу бортовой аппаратуры;
- разрабатывает методы и средства наблюдений ИСЗ и других небесных объектов;
- обосновывает требования к размещению станций слежения (обсерваторий и астрономо-геодезических пунктов);
- решает вопросы корректной математической обработки и интерпретации результатов наблюдений ИСЗ и других небесных тел.

Задачи космической геодезии в целом совпадают с задачами геодезии, но при этом космическая геодезия даёт возможность решать некоторые задачи в более сжатые сроки и с большей точностью, чем традиционные методы геодезии. Кроме того, существует ряд задач, которые традиционными методами решить крайне затруднительно или вообще невозможно.

Основными задачами космической геодезии являются:

- определение положения центра используемого референц-эллипсоида относительно центра масс Земли;
- изучение внешнего гравитационного поля и фигуры Земли, уточнение некоторых фундаментальных геодезических постоянных;
- определение взаимного положения геодезических пунктов;

- определение и дальнейшее уточнение координат пунктов в абсолютной системе, отнесённой к центру масс Земли, создание и поддержание на должном уровне точности единой мировой геодезической системы;

- установление связи между различными геодезическими системами.

Следствием достижений в области космической геодезии является создание спутниковых навигационных систем типа GPS, ГЛОНАСС. Эти системы изучаются в курсе «Спутниковые системы и технологии позиционирования».

В своём развитии космическая геодезия прошла ряд этапов. Вначале использовалась методика фотографирования ярких спутников на фоне звёзд. В этом случае ИСЗ использовался как высокая визирная цель. Геодезические построения представляли собой пространственную триангуляцию. При этом использовались мгновенные положения ИСЗ, что не требовало знания теории его движения.

На следующем этапе в космической геодезии стали решать динамические задачи, в которых теория движения ИСЗ используется в качестве основы для вывода по результатам наблюдений спутников параметров гравитационного поля Земли и определения координат пунктов в абсолютной системе, отнесённой к центру масс Земли.

При этом создавались и запускались на орбиты специальные геодезические спутники, снабжённые радиоаппаратурой, что позволило производить не только оптические (фотографические) наблюдения, но и радиоизмерения. Они позволяли получать информацию положения ИСЗ относительно наземного пункта автоматически, с записью на машинный носитель, в любую погоду.

Важной вехой в развитии космической геодезии было изобретение метода спутниковой альтиметрии. Для реализации этого метода на ИСЗ устанавливается радиовысотомер, который измеряет высоту спутника над поверхностью океана. Можно считать, что поверхность океана в среднем совпадает с поверхностью геоида. Если орбита спутника известна с достаточной точностью, можно изучать фигуру морского геоида.

Ещё одним инструментальным средством космической геодезии явились лазерные дальномерные системы. На наземном пункте устанавливались мощные лазерные дальномеры,

которыми измерялось расстояние до спутника, снабжённого уголковыми отражателями.

Интересные результаты дало использование дальномерных систем спутник- спутник.

Спутники, работающие в этой системе, оборудуются бортовыми высокоточными гравитационными градиентометрами. По характеру изменения расстояний между спутниками можно судить о неравномерности гравитационного поля Земли.

Кроме наблюдений ИСЗ, в космической геодезии используются измерения по другим небесным объектам, таким как Луна. Также, для решения задач космической геодезии используются радиоизлучение некоторых небесных объектов, например квазаров.

Результаты обработки данных, полученных методами космической геодезии, позволяют решать не только чисто геодезические задачи, но и делать выводы о внутреннем строении Земли, исследовать приливные явления, изучать движение литосферных плит, разрабатывать методы прогноза землетрясений и решение других научных и хозяйственных задач.

# 1. Системы координат в космической геодезии

## 1.1 Функциональное уравнение космической геодезии

Рассмотрим взаимное расположение трёх точек (рис. 7)

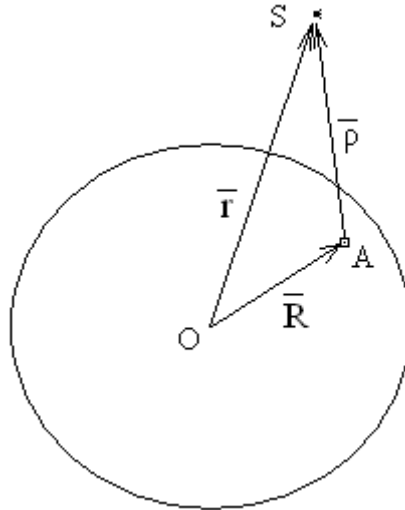


Рис. 7 К задаче трёх тел

Точки:

- $O$  – центр масс Земли, являющийся центром геоцентрических систем координат;
- $A$  – точка на поверхности Земли, геодезический пункт, центр топоцентрической системы координат;
- $S$  – искусственный спутник Земли.

Эти точки соединяются векторами:

- $\bar{R}$  – радиус-вектор геодезического пункта относительно центра масс Земли;
- $\bar{r}$  – радиус-вектор ИСЗ относительно центра масс Земли;
- $\bar{\rho}$  – вектор ИСЗ относительно геодезического пункта.

Решение задач космической геодезии сводится к решению векторного уравнения. Таковых решений может быть три.

Если известен радиус-вектор  $\bar{R}$  и измерен вектор  $\bar{\rho}$ , то радиус-вектор спутника будет

$$\bar{r} = \bar{R} + \bar{\rho}$$

Это позволит определять положение спутника относительно центра масс Земли. Таким образом могут вычисляться элементы орбиты спутника и его мгновенное положение.



Если известен радиус-вектор спутника  $\bar{r}$  (известна орбита и мгновенное положение ИСЗ) и измерен вектор  $\bar{\rho}$ , можно вычислить радиус-вектор  $\bar{R}$  геодезического пункта

$$\bar{R} = \bar{r} - \bar{\rho}$$

Это значит, что можно получить координаты геодезического пункта в геоцентрической системе координат.

Эта информация служит для изучения размеров фигуры Земли, если такие пункты равномерно располагаются на поверхности Земли.

Именно эта информация и является выходной в спутниковых геодезических системах.

Если известны радиус-вектор геодезического пункта  $\bar{R}$  и радиус-вектор ИСЗ  $\bar{r}$ , можно вычислить радиус-вектор  $\bar{\rho}$

$$\bar{\rho} = \bar{r} - \bar{R}$$

Решение этого уравнения позволяет определить топоцентрические координаты ИСЗ относительно геодезического пункта, то есть определить эфемериды спутника.

## 1.2 Системы координат

При изучении курса геодезии было установлено:

- при решении конкретных задач используются такие системы координат (СК), в которых эти задачи решаются наилучшим образом;

- применяемые системы координат могут быть геоцентрическими и топоцентрическими;

- системы координат могут быть общеземными и референсными;

- конкретная система координат может применяться только, если существуют правила перевычисления координат точек из данной системы в другие.

Отметим следующее. При реализации методов триангуляции, трилатерации, полигонометрии, нивелировки считалось, что объекты наблюдений неподвижны как относительно наблюдателя, так и относительно начала системы координат.

В геодезической астрономии небесные светила движутся. Например, горизонтные координаты звезды всё время изменяются. Изменения координат светил в горизонтной системе

координат вызвано вращением Земли. Но во второй экваториальной системе координат они условно неподвижны.

В космической геодезии координаты наблюдаемого объекта - ИСЗ также изменяются и вызвано это как вращением Земли, так и собственным движением ИСЗ по орбите. Это вызывает необходимость, наряду с привычными СК, использовать специфические системы координат.

Эллипсоидальные координаты (общеземная и референсные) известны из курса геодезии (рис. 8)

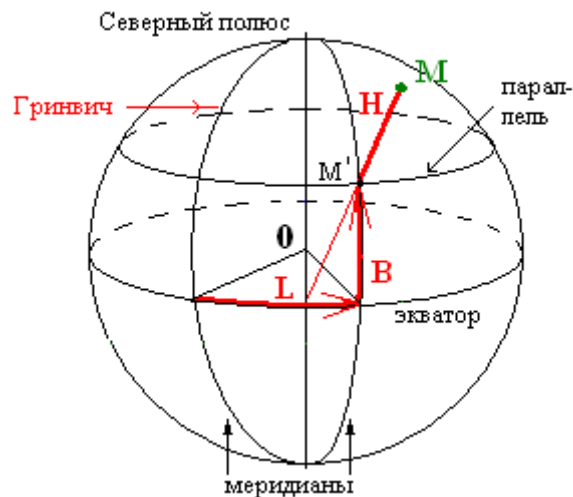


Рис. 8 Эллипсоидальная система координат

Основными точками, линиями и поверхностями в этой системе являются:

- поверхность эллипсоида с параметрами:  $a$  - большая полуось, малая полуось  $b$ ;
- плоскость экватора и линия экватора (окружность);
- нулевой (Гринвичский) меридиан и плоскость Гринвичского меридиана;
- точка  $M$  – любая точка, из которой опущена нормаль (перпендикуляр) к поверхности эллипсоида; нормаль и малая полуось образуют плоскость меридиана точки  $M$ .

В рассматриваемой системе координатами точки  $M$  являются:

- широта  $B$  – угол между плоскостью экватора и нормалью из точки  $M$ ; широта в северном полушарии изменяется от  $0^\circ$  на экваторе до  $90^\circ$  на полюсе, в южном полушарии – от  $0^\circ$  до  $-90^\circ$ ;
- долгота  $L$  как двугранный угол между плоскостью Гринвичского меридиана и плоскостью меридиана точки  $M$ ;

угол отсчитывается от Гринвичского меридиана на восток и может принимать значение от  $0^\circ$  до  $360^\circ$ ;

- геодезическая высота  $H$ , отсчитываемая от поверхности эллипсоида по нормали до точки  $M$ ; если точка  $M$  находится вне эллипсоида – высота положительная, если внутри – отрицательная.

Эта система удобна тем, что от неё возможен переход как плоской прямоугольной СК в проекции Гаусса-Крюгера, так и к геоцентрической прямоугольной СК.

Геоцентрическая (гринвичская) прямоугольная СК (рис. 9). Центр системы совмещён с центром эллипсоида, ось  $Z$  совмещена с малой полуосью эллипсоида. Ось  $X$  направлена в точку пересечения Гринвичского меридиана и экватора. Ось  $Y$  ортогональна двум другим осям и направлена на восток (дополняет до левой СК).

Координаты  $X, Y$  и  $Z$  в этой системе представлены в линейной мере (метрах) и могут быть как положительными, так и отрицательными.

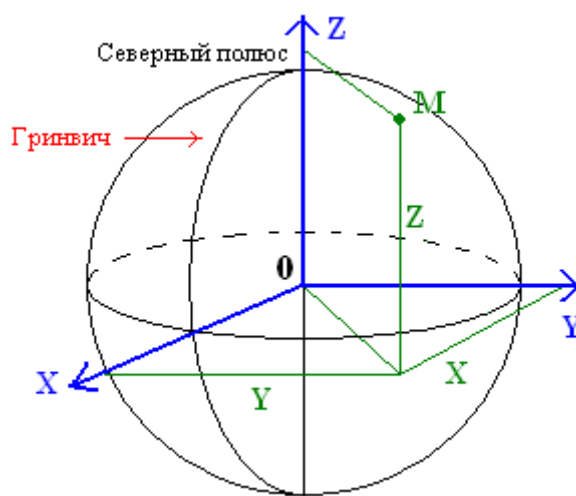


Рис. 9 Геоцентрическая (гринвичская) прямоугольная система координат

Поскольку Земля вращается, то и с точки зрения веземного наблюдателя, рассмотренные системы координат также вращаются. В этих системах удобно фиксировать положения наземных пунктов.

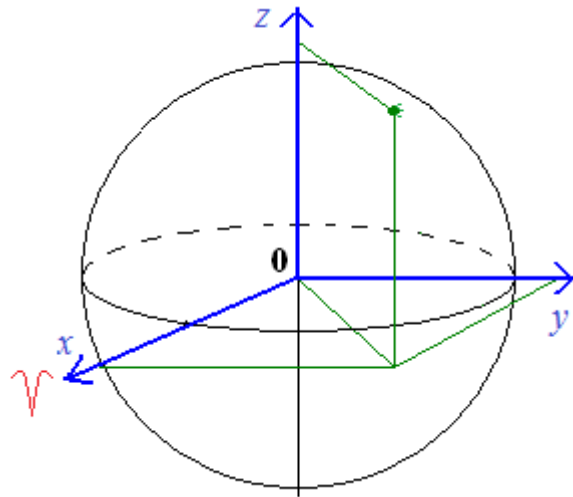


Рис. 10 Инерциальная прямоугольная геоцентрическая система координат

Для описания положения ИСЗ используется геоцентрическая прямоугольная система координат, условно неподвижная относительно звёзд (рис. 10), называемая инерциальной. Важнейшее отличие инерциальной системы координат в том, что ось  $x$  направлена на точку весеннего равноденствия  $\Upsilon$ . Точка весеннего равноденствия есть пересечение небесного экватора и эклиптики, в момент, когда Солнце пересекает экватор 22 марта.

Если центры систем совпадают, то совпадают оси  $Z$  и  $z$ . Остальные оси вращаются относительно друг друга вокруг осей  $Z$  и  $z$ , делая один оборот за 24 часа.

Может случиться, что центры систем не совпадают. Например, земная система является референцной, а центр инерциальной системы координат совпадает с центром масс Земли. В этом случае появится ещё и смещение по осям.

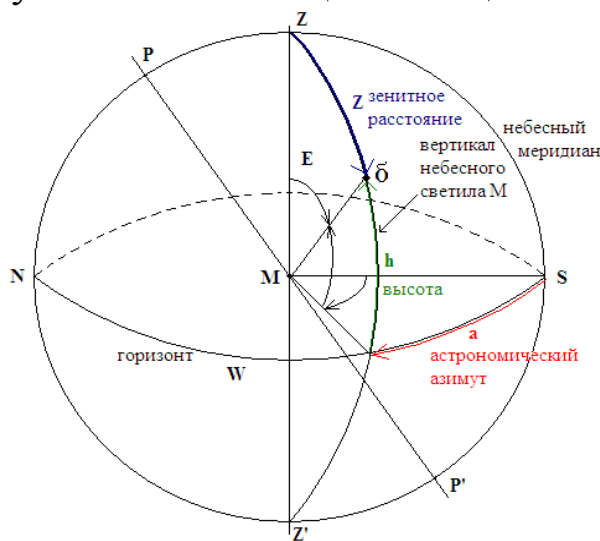


Рис. 11 Горизонтная система координат

Кроме перечисленных, в космической геодезии в некоторых случаях применяются системы координат, используемые в астрономии.

Система координат, в которой в некоторых случаях производятся наблюдения ИСЗ или составляются эфемериды для наблюдения - горизонтная СК (рис. 11).

В отличие от астрономического азимута, изображённого на рисунке, чаще используется азимут, отсчитываемый от точки севера  $N$ .

Координатами ИСЗ в этой СК являются: азимут  $A$  и высота  $h$  или зенитное расстояние  $z$ . Третьей координатой ИСЗ в этой СК является расстояние до ИСЗ  $\rho$ .

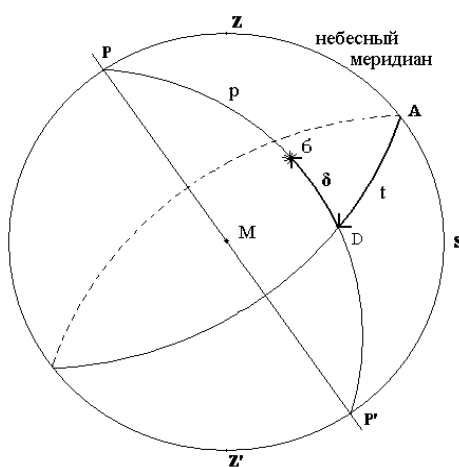


Рис. 12 Первая экваториальная система координат

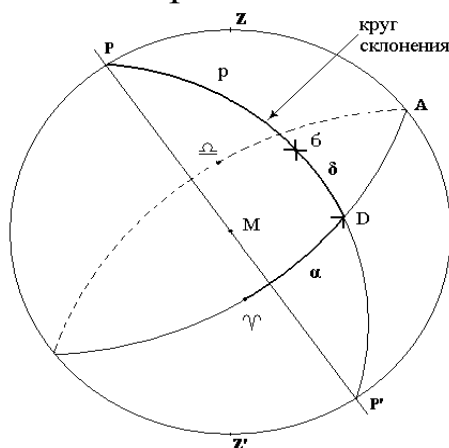


Рис. 13 Вторая экваториальная система координат

В первой экваториальной системе, координатами являются (рис. 12):

- геоцентрическое склонение  $\delta$ , отсчитываемое от небесного экватора до светила или ИСЗ по кругу склонений в градусной мере;

- геоцентрический часовой угол  $t$  светила (ИСЗ), отсчитываемый от точки  $A$  до круга склонений по экватору в часовой мере.

Точка  $A$  – вспомогательная и она есть пересечения небесного меридиана и небесного экватора в южной части небесной сферы.

Во второй экваториальной системе, координатами ИСЗ являются (рис. 13):

- геоцентрическое склонение  $\delta$ , как и в первой экваториальной системе координат;

- геоцентрическое прямое восхождение  $\alpha$  – угол в часовой мере, отсчитываемый по небесному экватору от точки весеннего равноденствия до круга склонений против часовой стрелки.

Третьей координатой является расстояние  $r$  от центра Земли до ИСЗ.

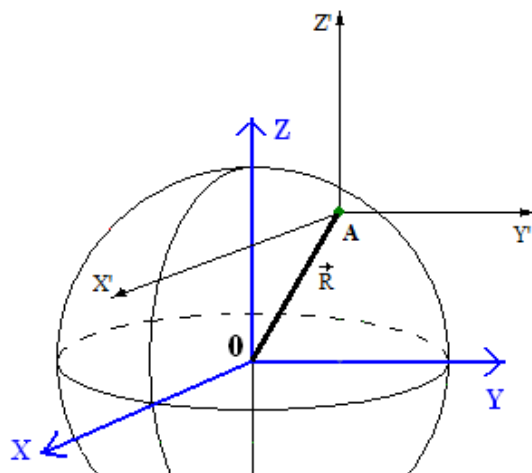


Рис. 14 Топоцентрическая (гринвичская) система координат

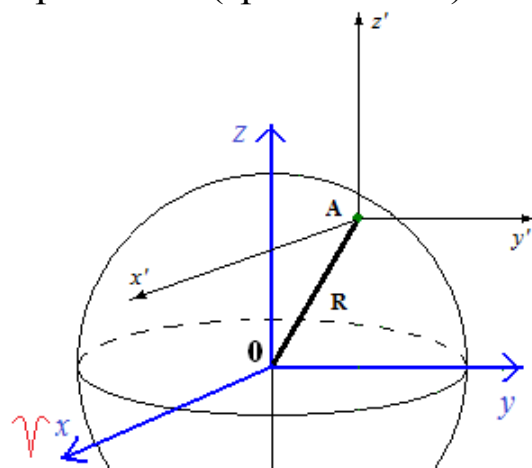


Рис. 15 Топоцентрическая инерциальная система координат

В топоцентрической (гринвичской) системе координат центр системы совмещён с точкой наблюдения, точкой  $A$  (рис. 14). Оси  $X'$ ,  $Y'$ ,  $Z'$  параллельны осям  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  геоцентрической

(гринвичской) прямоугольной СК. Координатами ИСЗ являются их прямоугольные координаты  $X', Y', Z'$ .

В топоцентрической инерциальной системе координат (рис. 15) оси  $x', y', z'$  параллельны осям  $x, y, z$  геоцентрической инерциальной прямоугольной СК. Координаты ИСЗ, кроме прямоугольных  $x', y', z'$ , могут быть полярными:

- $\alpha'$  топоцентрическое прямое восхождение;
- $\delta'$  топоцентрическое склонение
- $\rho'$  расстояние до ИСЗ.

В топоцентрической системе координат ось  $Z'$  ( $z'$ ) в общем случае не совпадает с отвесной линией в точке  $A$ . Угол несовпадения между нормалью к поверхности эллипсоида и отвесной линией называется углом уклонения отвесной линии (УОЛ). Соответственно, в одной и той же точке  $A$  УОЛ к различным эллипсоидам может иметь разное значение. Соответственно, из-за поворота оси  $z$  разворачивается вся система координат (рис. 16)

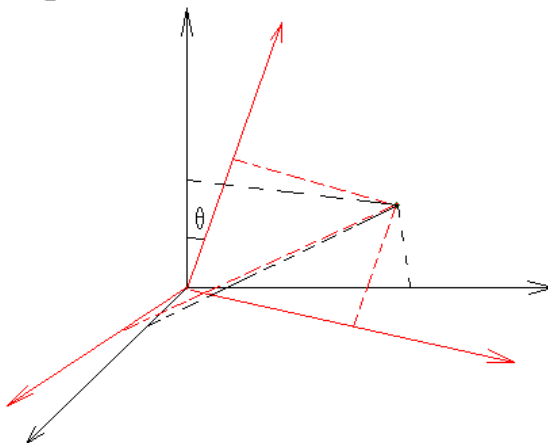


Рис. 16 Разворот системы координат из-за уклонения отвесной линии

### 1.3 Преобразование координат

Использование нескольких систем координат вызвано тем, что решение конкретных задач удобнее производить в «своей» системе. При этом возникает необходимость перевести результаты или исходные данные в другую систему координат.

Перевод координат из системы в систему называется преобразованием.

Формулы связи между первой, второй экваториальными системами и горизонтной системой координат рассматривается в курсе астрономии. Кроме того, в этом курсе рассматривается

связь между перечисленными астрономическими координатами и координатами точки на земной поверхности – астрономической широтой  $\varphi$  и астрономической долготой  $\lambda$ . Связь между астрономическими и эллипсоидальными широтами, долготами и азимутами осуществляется через значения составляющих уклонения отвесной линии.

Если известны (измерены) координаты небесного тела, например, ИСЗ во второй экваториальной системе координат ( $\alpha$  и  $\delta$ ) известен радиус-вектор  $r$ , то прямоугольные инерциальные геоцентрические координаты объекта будут:

$$x = r \cdot \cos \delta \cdot \cos \alpha$$

$$y = r \cdot \cos \delta \cdot \sin \alpha$$

$$z = r \cdot \sin \delta$$

Обратный переход осуществляется по формулам

$$\alpha = \arctan\left(\frac{x}{y}\right)$$

$$\delta = \arctan \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

Если известны (измерены) координаты ИСЗ во второй экваториальной системе координат ( $\alpha'$  и  $\delta'$ ) и известен радиус вектор  $\rho$ , то прямоугольные инерциальные топоцентрические координаты объекта будут:

$$x' = \rho \cdot \cos \delta' \cdot \cos \alpha'$$

$$y' = \rho \cdot \cos \delta' \cdot \sin \alpha'$$

$$z' = \rho \cdot \sin \delta'$$

Обратный переход осуществляется по формулам

$$\alpha' = \arctan\left(\frac{x'}{y'}\right)$$

$$\delta' = \arctan \frac{z'}{\sqrt{x'^2 + y'^2}}$$

$$\rho = \sqrt{x'^2 + y'^2 + z'^2}$$

Мы установили, что геодезические прямоугольные системы координат, земная и инерциальная, вращаются относительно друг



– друга вокруг осей  $z$  и  $Z$ , делая один оборот за одни звёздные сутки.

Угол разворота по своей сути есть гринвичское звёздное время  $S$ , приведённое на эпоху 1900-1905 гг. Поэтому связь гринвичской и инерциальной систем координат можно описать в виде матричного выражения:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos S & \sin S & 0 \\ -\sin S & \cos S & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = S \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (1)$$

При решении динамических задач космической геодезии возникает необходимость преобразовать не только координаты, но скорости. Скорость - первая производная изменения координат. В инерциальной СК составляющие скорости по осям координат выглядят:

$$\dot{x} = \frac{dx}{dt}; \quad \dot{y} = \frac{dy}{dt}; \quad \dot{z} = \frac{dz}{dt}$$

Для составляющих скорости в гринвичской СК будем иметь:

$$\begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \\ \dot{Z} \end{bmatrix} = S \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} + \dot{S} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

Продифференцируем матрицу связи  $S$  и умножим её на скорость вращения Земли  $\omega_3$ :

$$\dot{S} = \omega_3 \cdot \frac{dS}{dt} = \begin{bmatrix} -\omega_3 \sin S & \omega_3 \cos S & 0 \\ -\omega_3 \cos S & -\omega_3 \sin S & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Угловая скорость вращения Земли считается постоянной и равной:

$$\omega_3 = 0.729211508 \cdot 10^{-4} \text{ рад/с}$$

Для решения задачи преобразования вводится вектор  $q$ , составленный из инерциальных координат ИСЗ и составляющих его скорости. В транспонированном виде он выглядит:

$$q^T = [x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}]$$

Такой же вектор, но в гринвичской СК выглядит:

$$Q^T = [X, Y, Z, \dot{X}, \dot{Y}, \dot{Z}]$$

Соответственно, прямой и обратный переходы в матричном виде будут выглядеть так:

$$Q = G \cdot q \quad q = G^{-1} \cdot Q$$

Матрица преобразования  $G$  с учётом вышеизложенного:

$$G = \begin{bmatrix} \cos S & \sin S & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin S & \cos S & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\omega_3 \sin S & \omega_3 \cos S & 0 & \cos S & \sin S & 0 \\ -\omega_3 \cos S & -\omega_3 \sin S & 0 & -\sin S & \cos S & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Обратная матрица получается транспонированием подматриц:

$$G^{-1} = \begin{bmatrix} \cos S & -\sin S & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \sin S & \cos S & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\omega_3 \sin S & -\omega_3 \cos S & 0 & \cos S & -\sin S & 0 \\ \omega_3 \cos S & -\omega_3 \sin S & 0 & \sin S & \cos S & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Рассмотрим общие формулы преобразования координат (рис. 17). Смещение начала координат учитывается формулами:

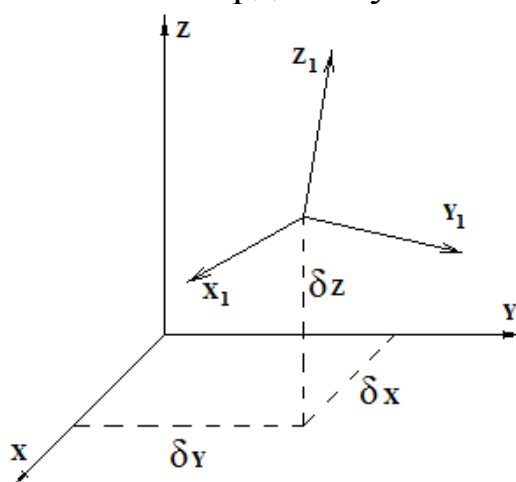


Рис. 17 Смещение начала координат и разворот

$$X_1 = X - \delta X$$

$$Y_1 = Y - \delta Y$$

$$Z_1 = Z - \delta Z$$

В матричном виде

$$X_1 = X - \delta \cdot X$$

Для учёта разворота системы координат введём углы разворота системы относительно осей другой системы, называемые углами Эйлера:

$\alpha$  - вокруг оси Z

$\beta$  - вокруг оси Y

$\gamma$  - вокруг оси X

Преобразование будет производиться в соответствии с матричным уравнением:

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_X & m_X & n_X \\ l_Y & m_Y & n_Y \\ l_Z & m_Z & n_Z \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}$$

Направляющие косинусы матрицы поворота (вращения) будут:

$$l_X = \cos \delta \cdot \cos \beta \cdot \cos \gamma - \sin \alpha \cdot \sin \gamma$$

$$m_X = -\sin \alpha \cdot \cos \beta \cdot \cos \gamma - \cos \alpha \cdot \sin \gamma$$

$$n_X = \sin \beta \cdot \cos \gamma$$

$$l_Y = \cos \alpha \cdot \cos \beta \cdot \sin \gamma + \sin \alpha \cdot \cos \gamma$$

$$m_Y = -\sin \alpha \cdot \cos \beta \cdot \sin \gamma + \cos \alpha \cdot \cos \gamma$$

$$n_Y = \sin \beta \cdot \sin \gamma$$

$$l_Z = -\cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$m_Z = \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$n_Z = \cos \beta$$

#### 1.4 Факторы, влияющие на положение систем координат

Некоторые наблюдения внеземных объектов соотносят с центром масс Земли. То есть в теле планеты, являющейся центром равновесия. Будем называть его истинным центром масс. Измерения же соотносятся к некоторой другой точке, которая является мгновенным положением центра масс. На его положение влияет, в первую очередь, положение Луны. Эту точку в астрономии называют барицентром системы Земля-Луна.

Барицентр смещён относительно истинного центра масс и вследствие суточного вращения Луны вокруг Земли, описывает в теле планеты кривую, близкую к окружности. Однако барицентр не является точкой, вокруг которой вращается ИСЗ, но тяготение Луны, Солнца и крупных планет влияют на форму орбиты ИСЗ и

это приходится учитывать при обработке результатов наблюдений.

Небольшие изменения положения центра масс могут вызывать крупные тектонические процессы: сдвиги плит, извержения, а также и сезонные распределения масс снега и льда. Действительно, в зимний период на континентах северного полушария выпадает снег, который не тает по нескольку месяцев. В то же время в южном полушарии снег сохраняется только в Антарктиде.

Сезонное распределение масс влияют и на скорость вращения Земли. То есть в различное время Земля вращается либо чуть медленнее, либо чуть быстрее. Это явление можно интерпретировать, как изменение положения нулевого (Гринвичского) меридиана.

Поскольку Земля представляет собой не идеальный шар, а фигуру, близкую к эллипсоиду вращения (сфероиду), силы тяготения Луны, Солнца и крупных планет вызывают явления, называемые прецессией и нутацией, известных из курса астрономии. Проявляется это в изменении ориентации оси вращения Земли в пространстве, а значит происходит и разворот осей систем координат.

Кроме того, положение самой оси вращения Земли в теле планеты также смещается. Это явление вызывает смещение полюсов планеты.

Во всех случаях: неравномерность вращения Земли, прецессия, нутация, смещение полюса, приходится учитывать для приведения результатов наблюдений на заданную эпоху.

Если теории движения Луны, прецессии и нутации разработаны достаточно хорошо и подробно, то проявление неравномерности вращения Земли и смещение её полюсов предсказать с необходимой точностью весьма затруднительно. Поэтому величины этих проявлений отслеживаются крупнейшими обсерваториями мира, а результаты централизованно обрабатываются и публикуются.

На данный момент этими вопросами занимается Международная служба вращения Земли (International Earth Rotation Service - IERS). Одно из подразделений этой службы – Earth Orientation Center публикует на своём сайте данные о координатах полюса Земли и поправку  $DUT1+dUT1$  за неравномерность вращения планеты.

## 2. Системы измерения времени, применяемые в космической геодезии

### 2.1 Всемирное время

Целями, по которым производятся измерения в космической геодезии, являются внеземные объекты, в том числе и ИСЗ. В отличие от классической геодезии, где визирные цели неподвижны, внеземные объекты постоянно изменяют свои координаты. Поэтому ещё одной координатой в космической геодезии, как и в геодезической астрономии, является время.

Как и другие системы координат, временные координаты имеют свои начала, свои шкалы (аналог направления осей) и свои масштабы.

Основной системой времени является всемирное время, обозначаемое UT (Universal Time). Оно определяется как среднее солнечное время на гринвичском меридиане. В формулах это время обозначается символом  $T_0$ .

Соответственно на любом другом меридиане время в этой системе будет другим и отличаться от всемирного времени на величину долготы данного меридиана.

Система всемирного времени имеет несколько шкал, употребляемых в науке, практике и в космической геодезии в частности. Разберём их.

Основой системы считается истинное солнечное время, обозначаемое UT0. Его можно интерпретировать как угловое положение плоскости гринвичского меридиана и направления на центр Солнца. Когда центр Солнца пересекает плоскость гринвичского меридиана, это явление называется кульминацией. Если это происходит в полдень на Гринвиче – кульминация верхняя, ночью – нижняя.

Эта шкала не является равномерной. То есть длительность суток постоянно меняется. Это вызвано тем, что Солнце движется по эклипке, которая наклонена к плоскости экватора на 23 градуса. А время считается как проекция движения Солнца на экватор. Также сказывается и движением полюсов и неравномерностью вращения Земли из-за сезонного распределения масс. Однако именно это время характеризует положение светил на небесной сфере.

На практике, крупнейшие обсерватории мира ведут постоянные астрономические и спутниковые наблюдения и их совокупные сведения дают возможность определять значения истинного времени.

В других областях деятельности человека такая шкала не всегда удобна.

Поэтому:

- истинное время исправляется за движения полюса Земли  $\Delta\lambda$ :

$$UT1 = UT0 + \Delta\lambda$$

- это время исправляется за неравномерность вращения Земли  $\Delta UT$ :

$$UT2 = UT1 + \Delta UT$$

В некоторых источниках указывается совокупная величина поправок, обозначаемая  $DUT1+dUT1$ .

Получаемая шкала  $UT2$  не является равномерной. Однако неравномерность, вызванная вековым замедлением вращения Земли, флуктуациям угловой скорости вращения Земли, вызванными солнечной активностью, малы и в некоторых случаях ею можно пренебречь. Сугубо равномерной шкалой обладает атомное время АТ. Оно не зависит от скорости вращения Земли, а в качестве кванта времени используем период колебаний соответствующих частоте излучения, поглощаемого атомами цезия (цезиевый репер частоты).

Время, получаемое от более, чем десятка атомных часов, располагающихся в разных странах усредняется и считается международным атомным временем IAT (International Atomic Time). Секунда атомного времени является эталоном в системе СИ.

Поскольку шкалы АТ и УТ не согласуются между собой из-за неравномерности УТ, введена шкала всемирного координированного времени UTC (Universal Coordinated Time). Именно это время использует подавляющая часть населения планеты в быту и на производстве. Сигналы точного времени, передаваемые по радио и по Интернету, синхронизированы с UTC, в том числе и московское время Тм.

Координация шкалы UTC осуществляется в случаях, когда разница между АТ и УТ становится более  $0,5^s$ . Тогда UTC изменяется на  $1^s$  с тем, чтобы больше соответствовать УТ.

## 2.2 Звёздное время

Как получается значение UT? На ряде обсерваторий ежедневно, при наличии видимости, производятся наблюдения ряда опорных звёзд. Чаще всего для этого используются так называемые пассажные инструменты. Ось зрительной трубы такого прибора ориентирована строго в меридиане. Из наблюдения пар звёзд, проходящих через небесный меридиан, определяется долгота инструмента.

Наблюдения производятся в системе звёздного времени. По результатам наблюдений вычисляется звёздное время  $S$  на Гринвичском меридиане.

Звёздное время, как известно из курса астрономии, отличается от солнечного масштабom. Звёздная секунда короче солнечной. Поэтому для перехода к солнечному времени необходимо использовать формулу:

$$T_0 = (S - S_0) - (S - S_0)^h \cdot \nu$$

$$S = s - \lambda$$

- Здесь: -  $\lambda$  – долгота пункта наблюдения;  
-  $S$  – звёздное время наблюдения;  
-  $S_0$  – звёздное время на Гринвичском меридиане в момент времени  $T_0=0$ ;  
-  $\nu$  – коэффициент перехода от звёздного времени к среднему солнечному, равная  $1/366.2422=9.830^s$ ;  
-  $(S - S_0)^h$  - разница в часах и долях часа.

В реальной обстановке эти вычисления производятся один раз. Такие наблюдения на выбранных обсерваториях производятся в течение многих десятков и даже сотен лет. За это время долгота обсерватории получена с высокой точностью. Поэтому, долгота  $\lambda_i$ , полученная из текущих наблюдений, сравнивается с долготой  $\lambda$ , полученной из многолетних наблюдений. Поэтому разница между ними и есть, по сути, поправка за неравномерность вращения Земли:

$$\Delta UT = \lambda - \lambda_i$$

С другой стороны, на пункте наблюдения измерения могут производиться в системе звёздного времени. По каналам связи передаётся время UTC для синхронизации часов на пункте наблюдений. В этом случае осуществляется обратный переход:

$$s = S_0 + T_0 + T_0^h \cdot \mu + \lambda$$

где: -  $\mu$  – коэффициент перехода от среднего солнечного времени к звёздному и равному  $1/365.2422=9.856^s$ ;  
-  $T_0^h$  – всемирное время, взятое в часах и долях часа.

### 2.3 Эфемеридное время

До введения стандарта атомного времени использовался стандарт эфемеридного времени ET. Секунда этого времени определялась как

$$1/31556925.9747$$

часть тропического года для января 1900 года в 12 часов эфемеридного времени. Тропический год состоит из 366.2422 звёздных суток.

Эфемеридное время используется в расчётах орбит. Оно может быть получено по формуле:

$$ET = UT + \Delta T$$

Здесь  $\Delta T$  получаемая по формуле

$$\Delta T = 24.349^s + 72.318^s \cdot T + 29.950^s \cdot T^2 + 1.82144^s \cdot B$$

Величина  $B$  называется флуктуацией Луны. Она получается как разность истинного положения Луны и её теоретическое значение.

Применение эфемеридного времени связано с тем, что именно оно используется в дифференциальных уравнениях гравитационных движений небесных тел. Действительно солнечный год на Земле определяется как время полного оборота Земли вокруг центра Солнца. На самом деле земля вращается вокруг барицентра солнечной системы.

А барицентр постоянно смещается из-за гравитационного влияния планет и, в первую очередь Юпитера и Сатурна.

С другой стороны, Луна и высокие ИСЗ вращаются вокруг барицентра системы Земля-Луна. В качестве основного аргумента эфемерид используется земное время  $TT$

$$TT = IAT + 32.184^s$$

Оно по физическому содержанию совпадает с эфемеридным временем ET.



### 3. Невозмущённое движение ИСЗ

#### 3.1 Законы движения ИСЗ

Для описания законов движения ИСЗ необходимо предварительно наложить условия:

- масса спутника  $m$  в сравнении с массой Земли  $M$  пренебрежительно мала; спутник практически не притягивает Землю;

- Земля принимается за шар со сферическим распределением плотности, то есть центр масс Земли совпадает с её геометрическим центром, отклонение отвесных линий совпадают с нормальными к поверхности сферы;

- система «Земля-ИСЗ» не расходует энергию и не получает извне.

Зададимся инерциальной системой координат (рис. 18)

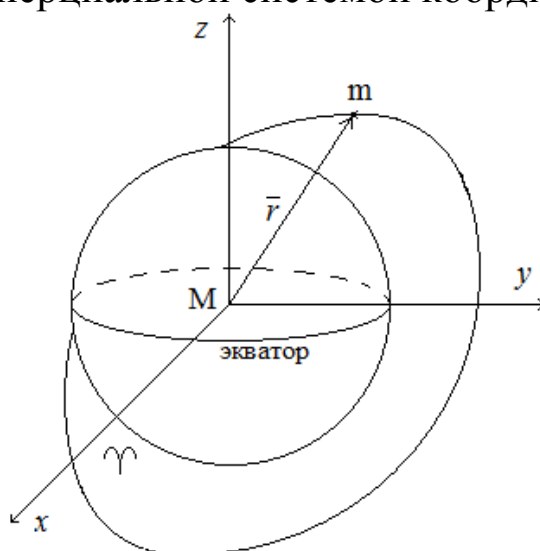


Рис. 18 Взаимное расположение Земля-спутник

Движение спутника по орбите подчиняется трём законам Кеплера.

Первый закон Кеплера гласит о том, что орбита ИСЗ представляет собой эллипс. Скаляр  $r$  радиуса-вектора есть:

$$r = \frac{p}{1 + e^2 \cos \nu}$$

Здесь: -  $p$  – параметр орбиты;

- $e$  – эксцентриситет эллипса;

- $a$  – большая полуось эллипса;

-  $\nu$  – угол между большой полуосью и радиус-вектором.

Эксцентриситет  $e$  получается по формуле

$$e = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2}} = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}},$$

где  $b$  – малая полуось

Центр масс Земли находится в одном из фокусов эллипса (рис. 19)

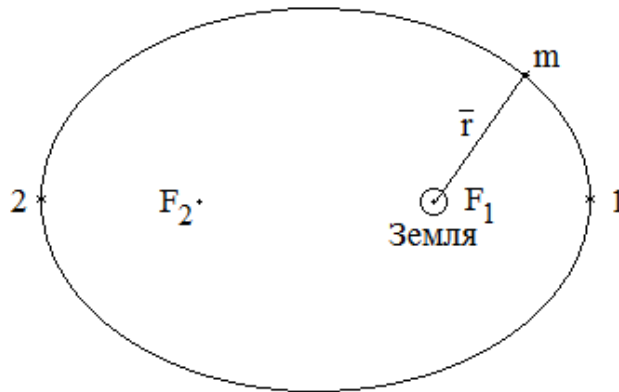


Рис. 19 Эллиптическая орбита

При равенстве  $a$  и  $b$ ,  $e$  становится равной нулю, орбита становится круговой.

Второй закон Кеплера гласит, что радиус-вектор спутника за равные промежутки времени описывает равные площади. Другими словами, секториальная скорость спутника есть величина постоянная:

$$\frac{ds}{dt} = 0.5 \cdot r^2 \cdot \frac{d\nu}{dt} = const$$

Третий закон Кеплера. Квадраты периодов  $T$  обращения двух спутников относительно центра масс Земли относятся как кубы больших полуосей их орбит.

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}.$$

Период обращения спутника вокруг Земли

$$T = \frac{2\pi a^{2/3}}{\sqrt{fM}}.$$

Здесь: -  $f$  – гравитационная постоянная;

-  $M$  – масса Земли.

Величина  $fM = \mu = 398600.5 \text{ км}^3\text{с}^{-2}$  и называется геоцентрической гравитационной постоянной. Для более точных вычислений учитывается и масса спутника. Тогда:

$$\mu = f(M + m),$$

где  $m$  – масса спутника. Скорость спутника будет

$$v = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$$

Согласно последней формулы и второго закона Кеплера, скорость спутника в точке 1 на рисунке 2 больше скорости в точке 2.

Введём понятие единичного вектора:

$$-\frac{\bar{r}}{r}$$

На спутник, согласно закона Ньютона, действует сила тяготения:

$$F = f \frac{mM}{r^2}$$

Умножив правую часть выражения на единичный вектор, получим вектор силы тяготения:

$$\bar{F} = -f \frac{mM}{r^3} \bar{r}$$

Введём понятие вектора скорости  $\dot{\bar{r}}$  и вектора ускорения  $\ddot{\bar{r}}$ :

$$\dot{\bar{r}} = \frac{d\bar{r}}{dt}; \quad \ddot{\bar{r}} = \frac{d\dot{\bar{r}}}{dt} = \frac{d}{dt} \left( \frac{d\bar{r}}{dt} \right) = \frac{d^2\bar{r}}{dt^2}$$

В соответствии со вторым законом Ньютона получается:

$$\bar{F} = m\ddot{\bar{r}}$$

И окончательно:

$$\bar{F} = -m \frac{d^2\bar{r}}{dt^2}$$

Следует, что:

$$-f \frac{mM}{r^3} \bar{r} = -m \frac{d^2\bar{r}}{dt^2}$$

Получаем дифференциальное уравнение движения спутника  $m$  в поле тяготения Земли  $M$  в векторной форме:

$$\frac{d^2\bar{r}}{dt^2} + \frac{fM}{r^3} \bar{r} = 0, \quad \ddot{\bar{r}} = -\frac{\mu}{r^3} \bar{r}$$

Проецируя положение спутника на оси геоцентрической прямоугольной системы координат, получаем систему уравнений:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{fM}{r^3} x = 0$$

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{fM}{r^3} y = 0$$

$$\frac{d^2 z}{dt^2} + \frac{fM}{r^3} z = 0$$

Вторые производные координат в механике обозначаются  $\ddot{x}$ ,  $\ddot{y}$ ,  $\ddot{z}$ . Тогда система уравнений выглядит:

$$\ddot{x} + \frac{\mu}{r^3} x = 0$$

$$\ddot{y} + \frac{\mu}{r^3} y = 0$$

$$\ddot{z} + \frac{\mu}{r^3} z = 0$$

Эти системы уравнений определяют невозмущённое идеальное движение ИСЗ. То есть модель движения ИСЗ. Для решения этих дифференциальных уравнений необходимо выполнить шестикратное интегрирование.

### 3.2 Элементы орбиты и их связь с постоянными интегрирования

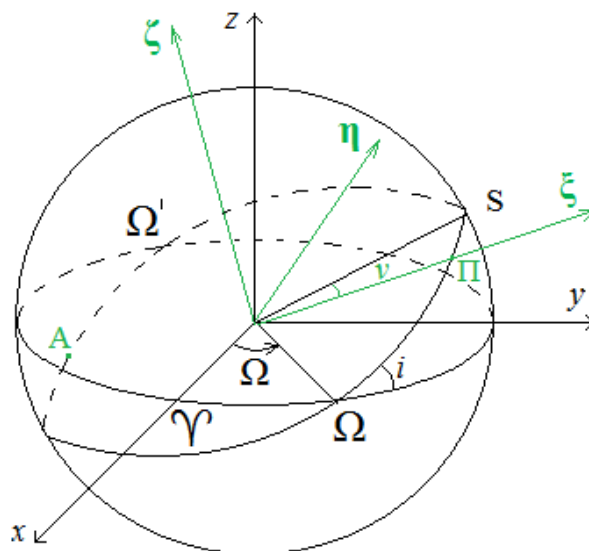


Рис. 20 Элементы орбиты ИСЗ

Элементы орбиты можно разделить на три группы, характеризующие:

- положение орбиты в пространстве;
- размер и форму орбиты;
- прохождение спутника.

На рисунке 20 показаны эти элементы. За опорную плоскость принимается средняя плоскость земного экватора. Точка пересечения орбиты с плоскостью экватора, когда спутник переходит из южной полусферы в северную, называется восходящим узлом и обозначается символом  $\Omega$ .

Противоположная точка называется нисходящим узлом и обозначается символом  $\Omega'$ .

Местоположение восходящего узла определяется величиной, имеющей смысл прямого восхождения и называется долготой восходящего узла  $\Omega$ . Она отсчитывается от точки весеннего равноденствия до восходящего узла орбиты.

На орбите существуют две точки: перицентра  $P$  (точка перигея) и апоцентра  $A$  (точка апогея).

Угол между направлениями на восходящий узел  $\Omega$  и перицентр  $P$ , отсчитанный от  $\Omega$  по направлению движения ИСЗ, называется аргументом перицентра и обозначается символом  $\omega$ .

Угол  $i$  между плоскостью экватора и плоскостью орбиты называется наклоном орбиты.

Угловое удаление спутника  $S$  оси перицентра  $P$  называется истинной аномалией, отсчитывается по ходу движения ИСЗ и обозначается символом  $\nu$ .

Размер и форма орбиты характеризуется: размером большой полуоси орбиты  $a$  и эксцентриситетом  $e$ .

Элементом третьей группы является момент  $\tau$  прохождения спутником перицентра. Его ещё называют динамическим элементом.

Чтобы интегрировать приведённые в первом вопросе дифференциальные уравнения, нужно определиться с постоянными интегрирования.

Углы  $\Omega$ ,  $\omega$  и  $i$  можно считать углами разворота системы координат относительно осей  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Эту систему обозначим осями:

- $\zeta$  – перпендикулярна плоскости орбиты;
- $\xi$  – проходит через перицентр;

-  $\eta$  – дополняет систему координат до левой.

Применив к сферическим треугольникам  $x\Omega\zeta$ ,  $y\Omega\zeta$ ,  $z\Omega\zeta$  теорему косинусов получаем первые три постоянные:

$$c_1 = \sqrt{\mu p} \cdot \sin i \cdot \sin \Omega$$

$$c_2 = \sqrt{\mu p} \cdot \sin i \cdot \cos \Omega$$

$$c_3 = \sqrt{\mu p} \cdot \cos i$$

Из треугольников  $x\Omega\xi$ ,  $y\Omega\xi$ ,  $z\Omega\xi$  следует:

$$f_1 = \mu \cdot e \cdot (\cos \omega \cdot \cos \Omega - \sin \omega \cdot \sin \Omega \cdot \cos i)$$

$$f_2 = \mu \cdot e \cdot (\cos \omega \cdot \sin \Omega + \sin \omega \cdot \cos \Omega \cdot \cos i)$$

$$f_3 = \mu \cdot e \cdot \sin \omega \cdot \sin i$$

### 3.3 Положение спутника в пространстве

Если вычислен радиус-вектор спутника  $r$  в заданный момент времени  $t$ , которому соответствует значение истинной аномалии  $v$ , прямоугольные координаты ИСЗ будут:

$$x = r \cdot \alpha_x, \quad y = r \cdot \alpha_y, \quad z = r \cdot \alpha_z$$

где  $\alpha_x$ ,  $\alpha_y$ ,  $\alpha_z$  – направляющие косинусы радиус-вектора  $r$  относительно осей  $x$ ,  $y$  и  $z$  соответственно.

Используя величину:

$$u = \omega + v,$$

называемую аргументом широты, можно получить значения направляющих косинусов.

$$\alpha_x = \cos u \cdot \cos \Omega - \sin u \cdot \sin \Omega \cdot \cos i$$

$$\alpha_y = \cos u \cdot \sin \Omega + \sin u \cdot \cos \Omega \cdot \cos i$$

$$\alpha_z = \sin u \cdot \sin i$$

Учитывая это, значения прямоугольных координат ИСЗ будут:

$$x = r \cdot (\cos u \cdot \cos \Omega - \sin u \cdot \sin \Omega \cdot \cos i)$$

$$y = r \cdot (\cos u \cdot \sin \Omega + \sin u \cdot \cos \Omega \cdot \cos i)$$

$$z = r \cdot \sin u \cdot \sin i$$

Здесь радиус-вектор по известной формуле:

$$r = \frac{p}{1 + e^2 \cos v}$$

Формулы вычисления компонентов скорости:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \sqrt{\frac{\mu}{p}} [e \cdot \sin v \cdot (\cos u \cdot \cos \Omega - \sin u \cdot \sin \Omega \cdot \cos i) + \\ &\quad + (1 + e \cdot \cos v)(-\sin u \cdot \cos \Omega - \cos u \cdot \sin \Omega \cdot \cos i)] \\ \dot{y} &= \sqrt{\frac{\mu}{p}} [e \cdot \sin v \cdot (\cos u \cdot \sin \Omega + \sin u \cdot \cos \Omega \cdot \cos i) + \\ &\quad + (1 + e \cdot \cos v)(-\sin u \cdot \sin \Omega + \cos u \cdot \cos \Omega \cdot \cos i)] \\ \dot{z} &= \sqrt{\frac{\mu}{p}} [e \cdot \sin v \cdot \sin u \cdot \sin i + (1 + e \cdot \cos v) \cdot \cos u \cdot \sin i] \end{aligned}$$

С определением пространственного положения связана прямая задача. Прямая задача невозмущённого движения ИСЗ заключается в вычисление координат спутника и компонентов скорости, если заданы все шесть элементов орбиты  $a, e, \Omega, i, \omega, \tau$  на некоторый момент времени  $t$ .

Алгоритм вычисления координат ИСЗ и компонентов скорости заключается в следующем.

1. Вычисление средней аномалии  $M$  по формуле:

$$M = M_0 + n(t - t_0)$$

Здесь начальное значение аномалии  $M_0$  в начальный момент времени  $t_0$ :

$$M_0 = (t_0 - \tau); \quad n = \frac{2\pi}{T}; \quad T = \frac{2\pi}{\sqrt{\mu}} a^{3/2}$$

2. Нахождение эксцентричной аномалии  $E$  из решения уравнения Кеплера способом итераций:

$$E_{K+1} = M + e \cdot \sin E_K$$

до достижения точности  $|E_K - E_{K+1}| \leq \varepsilon$ . Точность вычисления  $E$  зависит от точности вычисления координат. Можно принять значение  $\varepsilon = 10^{-9}$ . В качестве начального значения  $E_0$  можно принять значение  $M$ .

3. Определение радиуса-вектора  $r$ :

$$r = a(1 - e \cdot \cos E)$$

4. Вычисление значения истинной аномалии по одной из трёх формул:

$$v = 2 \cdot \arctan \left( \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \tan \frac{E}{2} \right)$$

$$v = \arccos \left( \frac{\cos E - e}{1 - e \cdot \cos E} \right)$$

$$v = \arcsin \left( \frac{\sqrt{1-e^2} \cdot \sin E}{1 - e \cdot \cos E} \right)$$

Промежуточный контроль вычисления осуществить по формулам:

$$p = a(1 - e^2); \quad r = \frac{p}{1 + e \cdot \cos v}$$

5. Вычисление аргументов широты:

$$u = v + \omega$$

6. Вычисляются инерциальные прямоугольные координаты по известной формуле:

$$x = r \cdot (\cos u \cdot \cos \Omega - \sin u \cdot \sin \Omega \cdot \cos i)$$

$$y = r \cdot (\cos u \cdot \sin \Omega + \sin u \cdot \cos \Omega \cdot \cos i)$$

$$z = r \cdot \sin u \cdot \sin i$$



## 4. Возмущённое движение ИСЗ

### 4.1 Основные возмущения, влияющие на движение ИСЗ

На спутник, кроме центральной силы, то есть силы притяжения центра масс Земли, действуют и другие силы. Они искажают орбиту спутника. Поэтому реальная орбита спутника называется возмущённой, а элементы возмущённой орбиты называются возмущёнными.

Основные факторы, вызывающие возмущения в движении спутника:

- возмущающая часть внешнего гравитационного поля Земли (геопотенциал);
- возмущающее действие Луны и Солнца;
- световое давление;
- возмущающее действие, вызванное деформацией уровня поверхности геопотенциала, возникающими из-за приливного влияния Луны и Солнца;
- эффект переизлучения Землёй солнечной радиации;
- возмущающее действие, возникающее вследствие прецессионно-нутационного поворота сфероидальной Земли;
- атмосферное торможение - для спутников, движущихся в верхних слоях атмосферы (на высотах до 2000 км).

Кроме того в меньшей мере влияют:

- гравитационная неравномерность в распределении плотностей внутри атмосферы;
- электромагнитные возмущения, возникающие при пересечении спутником силовых линий магнитного поля Земли.

Ещё в меньшей мере сказывается релятивистский эффект, вытекающий из общей теории относительности Эйнштейна. Он выражается в прецессии перицентра орбиты ИСЗ. Однако, величина прецессии составляет не более нескольких секунд дуги в год и в настоящий момент не всегда учитывается.

## 4.2. Влияние гравитационного поля Земли и атмосферного торможения

Кратко рассмотрим влияние гравитационного поля Земли. В свободном состоянии ИСЗ движется по эквипотенциальной поверхности гравитационного поля. Если бы Земля представляла из себя шар с равномерным сферическим распределением плотности, эквипотенциальные поверхности также представляли собой сферы.

Из-за неравномерности распределения масс в теле Земли, форма эквипотенциальных поверхностей искажается, выравниваясь (сглаживаясь) с удалением от планеты. Однако, на высотах 200-2000 км, на которых лежат орбиты геодезических спутников, неравномерности гравитационного поля заметны.

Гравитационный потенциал в некоторой точке, лежащей на определённой эквипотенциальной поверхности, обозначается символом  $U$ . Потенциальная энергия ИСЗ равна величине  $U$ . Кинетическая энергия ИСЗ будет:

$$T = \frac{m}{2}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2)$$

где: -  $m$  – масса спутника;

-  $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$  – скорость спутника по осям координат.

Функция Лагранжа (лагранжиан) для космических объектов

$$L = T + U$$

Производную от лагранжиана по обобщённой скорости

$$p = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}},$$

где:

$$\dot{q} = \frac{dq}{dt},$$

называемая обобщённым импульсом.

Производная:

$$F = \frac{\partial L}{\partial q}$$

называется обобщённой силой. Интеграл вида:

$$S = \int_{t_1}^{t_2} L(q, \dot{q}, t) dt$$

называется действием, где  $q$  - обобщённые координаты.

Механическая система перемещения в пространстве из точки с координатами  $q_1$  (момент времени  $t_1$ ) в точку с координатами  $q_2$  (момент времени  $t_2$ ) так, что действие  $S$  стремиться к минимуму ( $S \rightarrow \min$ ). Это так называемый принцип Гамильтона.

Система уравнений Лагранжа II рода имеет вид:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i},$$

где  $j = 1, 2, 3, \dots, n$ .

С учётом вышесказанного, лагранжиан принимает вид

$$L = \frac{m}{2} (\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) + U(x, y, z)$$

Уравнение движения:

$$\ddot{m}_x = \frac{\partial U}{\partial x}; \quad \ddot{m}_y = \frac{\partial U}{\partial y}; \quad \ddot{m}_z = \frac{\partial U}{\partial z}.$$

Если на систему действует непотенциальная сила  $F$ , например сила торможения атмосферы, уравнение Лагранжа примет вид

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = F_{qj}$$

Уравнения движения примут вид

$$\ddot{m}_x = \frac{\partial U}{\partial x} + F_x; \quad \ddot{m}_y = \frac{\partial U}{\partial y} + F_y; \quad \ddot{m}_z = \frac{\partial U}{\partial z} + F_z$$

где  $F_x, F_y, F_z$  – проекции непотенциальной силы на оси.

Потенциал гравитационного поля Земли запишем в виде:

$$U = \frac{fmM}{r} + \delta U$$

где: -  $f$  – гравитационная постоянная;  
 -  $M$  – масса Земли;  
 -  $r$  – радиус-вектор ИСЗ массой  $m$ ;  
 -  $\delta U$  – возмущающий потенциал.

При этом:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

Для перехода от орбитальных координат к геоцентрическим используем совокупную матрицу поворота  $\mathbf{R}$ . Тогда можно записать:

$$\delta U = mR$$

Уравнения возмущённого движения примут вид

$$\ddot{x} + \mu \frac{x}{r^3} = \frac{\partial R}{\partial x}; \quad \ddot{y} + \mu \frac{y}{r^3} = \frac{\partial R}{\partial y}; \quad \ddot{z} + \mu \frac{z}{r^3} = \frac{\partial R}{\partial z}$$

Эти уравнения описывают возмущённое движение ИСЗ под действием потенциальных сил. Величина  $\mathbf{R}$  называется возмущающей или пертурбационной функцией.

При наличии непотенциальных сил, уравнения примут вид:

$$\begin{aligned} \ddot{x} + \mu \frac{x}{r^3} &= \frac{\partial R}{\partial x} + \frac{1}{m} F_x \\ \ddot{y} + \mu \frac{y}{r^3} &= \frac{\partial R}{\partial y} + \frac{1}{m} F_y \\ \ddot{z} + \mu \frac{z}{r^3} &= \frac{\partial R}{\partial z} + \frac{1}{m} F_z \end{aligned}$$

### 4.3 Возмущающее действие Луны и Солнца

Под влиянием притяжения Луны и Солнца в элементах орбиты спутника появляются вековые, долгопериодические и короткопериодические возмущения. Возмущающее ускорение, обусловленное притяжением Луны, примерно в 2,2 раза больше, чем возмущающее ускорение, обусловленное притяжением Солнца.

Если при рассмотрении движения ИСЗ вокруг Земли решалась задача двух тел, то при рассмотрении движения с учётом влияния Луны или Солнца, решается задача трёх тел: Земля-ИСЗ-Луна и Земля-ИСЗ-Солнце.

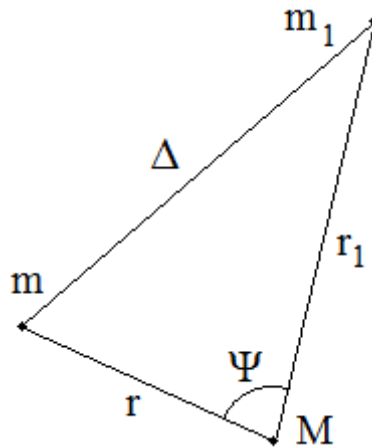


Рис. 21 К задаче трёх тел

На рисунке 21 показана такая задача. Здесь:

- $M$  – масса Земли
- $m$  – масса ИСЗ
- $m_1$  – масса третьего тела – Луны или Солнца
- $r$  – радиус-вектор ИСЗ
- $r_1$  – радиус-вектор третьего тела
- $\Delta$  – расстояние от ИСЗ до третьего тела
- $\psi$  – угловое расстояние ИСЗ - третье тело

Рассмотрим следующий рисунок:

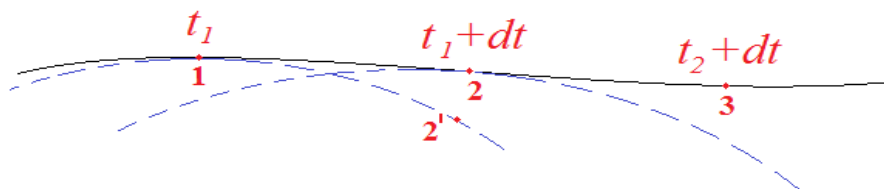


Рис 22 Оскулирующие орбиты

Допустим, что в момент времени  $t_1$  ИСЗ находится в точке 1. Если считать, что нет возмущающих влияний и ИСЗ движется по невозмущенной орбите №1. Но из-за возмущающих факторов ИСЗ через время  $dt$  переместиться не в точку 2', а в точку 2. Считаем, что в этой точке так же отсутствуют возмущающие факторы и спутник движется по невозмущенной орбите №2. Те же рассуждения применимы к точке 3 и таких точек на реальной орбите может быть бесконечное множество. Соответствующие или невозмущённые орбиты носят названия оскулирующих.

Точки 1,2,3... называют точками оскуляции, а соответствующие им моменты времени называются эпохами оскуляции.

Если эпохи оскуляции двух орбит отличаются на малую величину  $dt$ , то и элементы оскулирующих орбит  $a, e, i, \omega, \Omega, M$  также отличаются на малую величину. То есть, если реальная, возмущённая орбита представляет собой совокупность бесконечного количества оскулирующих орбит, то можно представить, что элементы орбиты будут функциям времени:

$$a(t), e(t), i(t), \omega(t), \Omega(t), M(t)$$

Для упрощения обозначим совокупность элементов орбиты символом  $\mathcal{E}$ . Так как возмущённая орбита – непрерывная кривая, то существуют и непрерывные производные:

$$\lim_{t_2 \rightarrow t_1} \frac{\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1}{t_2 - t_1} = \frac{d\mathcal{E}}{dt}$$

Отсюда следует, что существует дифференциальное уравнение вида:

$$\dot{\mathcal{E}} = f_j(t, \mathcal{E}_1, \mathcal{E}_2, \mathcal{E}_3, \mathcal{E}_4, \mathcal{E}_5, \mathcal{E}_6)$$

где  $j = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ .

Уравнение возмущённого движения:

$$\ddot{x} = \mu \frac{x}{r^3} = \frac{\partial R}{\partial x}$$

$$\ddot{y} = \mu \frac{y}{r^3} = \frac{\partial R}{\partial y}$$

$$\ddot{z} = \mu \frac{z}{r^3} = \frac{\partial R}{\partial z}$$

Здесь правые части уравнений выражаются через производные от пертурбационных функций.

В конечном счёте задача сводится к решению системы шести уравнений

$$\frac{da}{dt} = f_1(a, e, i, \omega, \Omega, M)$$

$$\frac{de}{dt} = f_2(a, e, i, \omega, \Omega, M)$$

$$\frac{di}{dt} = f_3(a, e, i, \omega, \Omega, M)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = f_4(a, e, i, \omega, \Omega, M)$$

$$\frac{d\Omega}{dt} = f_5(a, e, i, \omega, \Omega, M)$$

$$\frac{dM}{dt} = f_6(a, e, i, \omega, \Omega, M)$$

Для решения данной системы уравнений, правые части должны быть явно выражены через элементы орбиты или представлены в виде рядов относительно какой-либо переменной, зависящей от времени.

Такой подход позволяет представить любой элемент орбиты в виде ряда:

$$\mathcal{E}_i = \mathcal{E}_i(t_0) + \delta_1 \mathcal{E}_i + \delta_2 \mathcal{E}_i + \dots + \delta_n \mathcal{E}_i$$

где: -  $\mathcal{E}_i(t_0)$  – значение элемента в начальный момент времени;  
-  $\delta_n \mathcal{E}_i$  – возмущение n-порядка.

## 5. Геометрический метод космической геодезии

### 5.1 Основные элементы космических геодезических сетей

Построение пространственных геодезических сетей с помощью синхронных наблюдений ИСЗ, при которых точное знание законов их движения не обязательно, составляет содержание направления, которое получило название геометрического метода космической геодезии.

Исходным положением при развитии космических геодезических сетей является векторное уравнение, приведённое в первой главе (рис. 23).

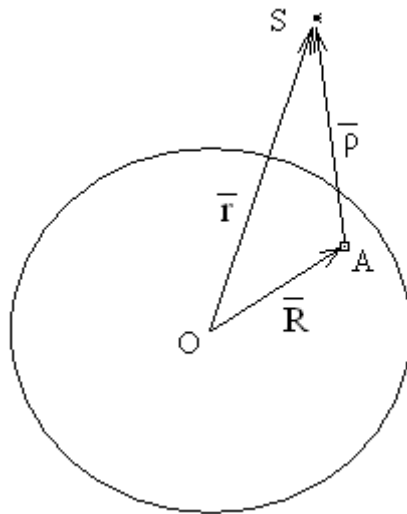


Рис. 23 Задача трёх тел

Эта задача сводится к решению векторного уравнения:

$$\bar{r} = \bar{R} + \bar{\rho}$$

Несмотря на простоту, его практическое решение возможно в двух основных вариантах:

- положение ИСЗ наблюдается синхронно с двух и более пунктов;
- положение ИСЗ наблюдается только с одного из пунктов.

Для первого случая будем иметь:

$$\bar{R}_1 = \bar{r} - \bar{\rho}_1$$

$$\bar{R}_2 = \bar{r} - \bar{\rho}_2$$

$$\Delta\bar{R} = \bar{R}_1 - \bar{R}_2 = \bar{\rho}_2 - \bar{\rho}_1$$

Здесь  $\Delta\bar{R}$  – хордовый вектор, соединяющий два пункта (рис. 24)



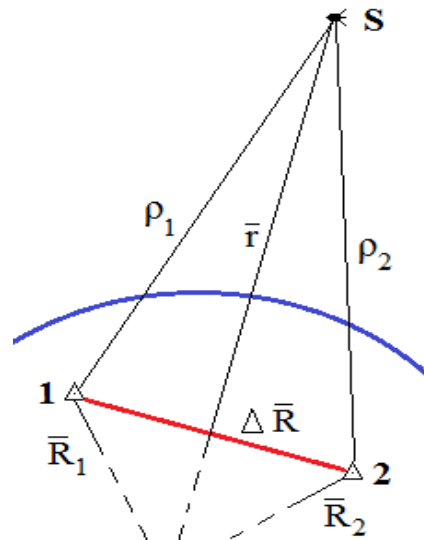


Рис. 24 Хордовый вектор

Этот метод является относительным, поскольку, если считать пункт 1 исходным, а пункт 2 – определяемым, то происходит передача координат от пункта 1 к пункту 2.

Таким образом координаты можно передавать от пункта к пункту, наподобие полигонометрии, то есть

$$\bar{R}_i = \bar{R}_0 + \Sigma \Delta \bar{R}_i$$

Если координаты исходного пункта известны в какой-либо референцной системе, то и координаты остальных пунктов также будут получены в референцной системе.

Как видно из приведённого выражения, в нём отсутствует величина радиус-вектора ИСЗ, показывающее, что метод синхронных наблюдений не нуждается в точных сведениях об орбите и динамике полёта ИСЗ.

Геометрический метод в космической геодезии даёт эффект для установления геодезической связи между удалёнными пунктами (до 1000 км и более), координатной привязке к континентальным геодезическим сетям к сетям пунктов, расположенных на островах. Кроме того, если связать геодезические пункты, относящиеся к разным референцным системам, можно вычислить взаимное положение центров референцных систем.

Каждое построение космической геодезической сети можно рассматривать как сочетание ряда основных геометрических элементов, основными из которых являются:

- вектор  $r$ , соединяющий наземный пункт наблюдения и положение ИСЗ (топоцентрический вектор);

- плоскость синхронизации;
- хордовый вектор, соединяющий два пункта наблюдений.

Положение ИСЗ относительно наземного пункта описывается не только радиус-вектором, но и угловыми величинами (рис. 25)

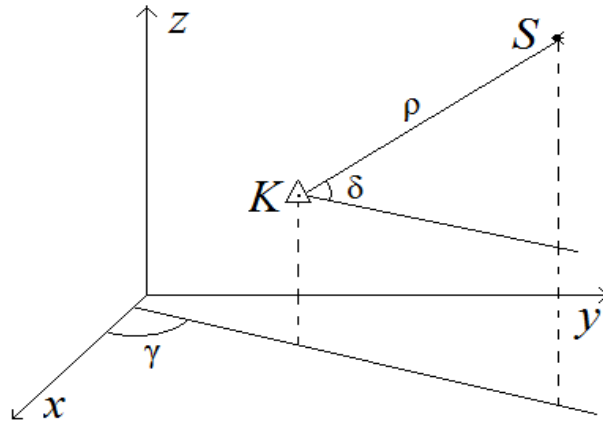


Рис. 25 Измеряемые величины

Эти величины:

- топоцентрическое склонение  $\delta$ ;
- топоцентрическое прямое восхождение  $\alpha$ .

Но в космической геодезии используется величина:

$$\gamma = \alpha - S$$

где  $S$  – гринвичское звёздное время.

При производстве дальномерных измерений, измеряемой величиной является длина вектора  $r$ , то есть собственно  $r$ .

Эти величины можно выразить через геоцентрические координаты, если координаты геодезического пункта обозначить через  $x_k, y_k$  и  $z_k$ , а координаты ИСЗ через  $x_s, y_s$  и  $z_s$ .

Измеряемые величины выражаются:

$$\gamma_{ks} = \arctan \frac{y_s - y_k}{x_s - x_k}$$

$$\delta_{ks} = \arctan \frac{z_s - z_k}{\sqrt{(x_s - x_k)^2 + (y_s - y_k)^2}}$$

$$\rho_{ks} = \sqrt{(x_s - x_k)^2 + (y_s - y_k)^2 + (z_s - z_k)^2}$$

Орт направления на ИСЗ (единичный вектор) характеризуется направляющими косинусами:

$$l = \cos \delta_{ks} \cdot \cos \gamma_{ks}$$

$$m = \cos \delta_{ks} \cdot \sin \gamma_{ks}$$

$$n = \sin \delta_{ks}$$

Направления на спутник из двух пунктов, измеренных синхронно, фиксируют в пространстве плоскость Q, которую называют плоскостью синхронизации (рис. 26)

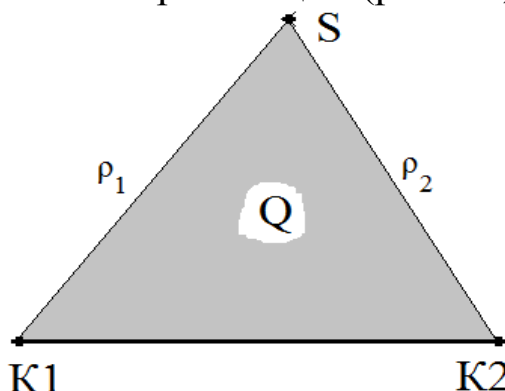


Рис. 26 Плоскость синхронизации

Каноническое уравнение плоскости:

$$Ax + By + Cz + D = 0$$

После ряда преобразований можно получить:

$$A = m_1 \cdot n_2 - m_2 \cdot n_1$$

$$B = n_1 \cdot l_2 - n_2 \cdot l_1$$

$$C = l_1 \cdot m_2 - l_2 \cdot m_1$$

Хорда образуется при пересечении двух плоскостей (рис. 27)

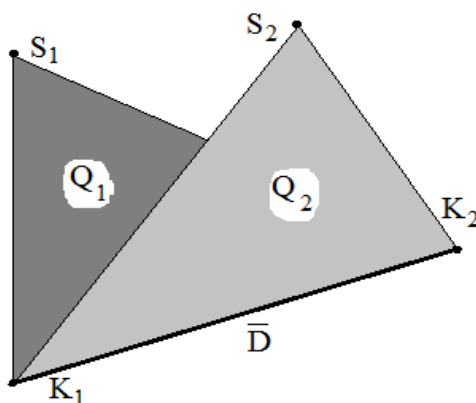


Рис. 27 Образование хорды

Вектор хорды обозначается через  $D$ . По аналогии с направляющими косинусами векторов  $r$  ( $l, m, n$ ) для вектора хорды вводятся направляющие косинусы  $L, M, u$  и  $N$ . Уравнение прямой (хорды) будет:

$$\frac{x_2 - x_1}{L} = \frac{y_2 - y_1}{M} = \frac{z_2 - z_1}{N}$$

Задача составления уравнения хорды сводится к описанию направляющих косинусов.

Их можно получить из уравнений плоскостей:

$$\begin{aligned}L &= B_1 \cdot C_2 - B_2 \cdot C_1 \\M &= C_1 \cdot A_2 - C_2 \cdot A_1 \\N &= A_1 \cdot B_2 - A_2 \cdot B_1\end{aligned}$$

С другой стороны, направляющие косинусы хорды можно выразить через её сферические координаты. Записав символ  $\Lambda$  вместо  $\gamma$ ,  $\Phi$ ,  $\delta$ , получим характеристики направления хорды относительно плоскостей экватора и гринвичского меридианов:

$$\begin{aligned}L &= \cos \Lambda \cdot \cos \Phi \\M &= \sin \Lambda \cdot \cos \Phi \\N &= \sin \Phi\end{aligned}$$

Для обратного перехода получим:

$$\begin{aligned}\Lambda &= \arctan \frac{M}{L} \\ \Phi &= \arctan \frac{N}{\sqrt{L^2 + M^2}}\end{aligned}$$

Величины  $\Lambda$  и  $\Phi$  рассматриваются как измеренные величины, хотя в действительности они являются функциями измеренных величин.

## 5.2 Методы построения космических геодезических сетей

Основное уравнение космической геодезии в координатной форме можно представить в виде:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_i = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_s - \rho_{is} \begin{bmatrix} l \\ m \\ n \end{bmatrix}_{is} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} - \rho_{is} \begin{bmatrix} \cos \delta \cos \gamma \\ \cos \delta \sin \gamma \\ \sin \delta \end{bmatrix}$$

В зависимости от состава измерений космические геодезические построения можно подразделить на: космическую трилатерацию, линейно-угловые пространственные засечки, сети, построенные при помощи доплеровских измерений, а так же комбинированные построения.

Суть идеи **триангуляции** заключается в том, что при одновременном фотографировании ИСЗ с нескольких пунктов, часть (более одного) являются исходными, можно от исходных пунктов вычислить координаты ИСЗ, а от ИСЗ получить координаты определяемых пунктов.

Исходя из рисунка 28, координаты ИСЗ от координат пункта  $A$  можно вычислить по формулам

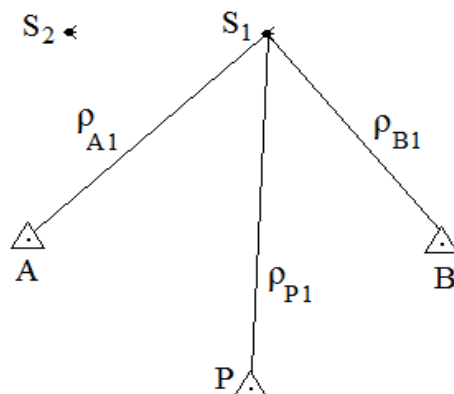


Рис. 28 Сущность космической триангуляции

$$X_{S.1} = X_A + \rho_{A.1} \cdot l_{A.1}$$

$$Y_{S.1} = Y_A + \rho_{A.1} \cdot m_{A.1}$$

$$Z_{S.1} = Z_A + \rho_{A.1} \cdot n_{A.1}$$

а из них записать координаты пункта  $P$ :

$$X_P = X_{S.1} - \rho_{P.1} \cdot l_{P.1}$$

$$Y_P = Y_{S.1} - \rho_{P.1} \cdot m_{P.1}$$

$$Z_P = Z_{S.1} - \rho_{P.1} \cdot n_{P.1}$$

В этих системах трёх уравнений четыре неизвестных: три координаты и расстояние до спутника. Система не решается.

Для нахождения решения добавляются наблюдения со второго исходного пункта  $B$ :

$$X_{S.1} = X_B + \rho_{B.1} \cdot l_{B.1}$$

$$Y_{S.1} = Y_B + \rho_{B.1} \cdot m_{B.1}$$

$$Z_{S.1} = Z_B + \rho_{B.1} \cdot n_{B.1}$$

Для контроля и оценки точности необходимо произвести измерения минимум ещё раз, например, в точке  $S_2$ .

В простейшем виде космическая триангуляция реализуется в виде пространственной угловой засечки. В этом случае с двух исходных пунктов регистрируются два положения ИСЗ с вычислением его координат. От этих двух положений вычисляются координаты определяемого пункта.

В способе *хорд* производятся аналогичные измерения, но при этом не вычисляются координаты ИСЗ, а вычисляются направляющие косинусы (рис. 29).

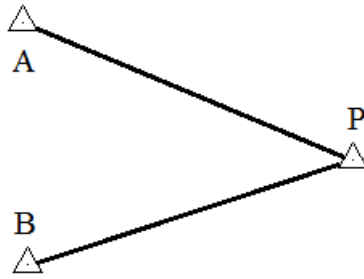


Рис. 29 Способ хорд

$$A_1 L_{AP} + B_1 M_{AP} + C_1 N_{AP} = 0$$

$$A_2 L_{AP} + B_2 M_{AP} + C_2 N_{AP} = 0$$

$$L = B_1 C_2 - B_2 C_1$$

$$M = C_1 A_2 - C_2 A_1$$

$$N = A_1 B_2 - A_2 B_1$$

Ориентирующие углы хорд:

$$\Lambda = \arctan \frac{M}{L}$$

$$\Phi = \arctan \frac{N}{\sqrt{L^2 + M^2}}$$

Способ *синхронизации плоскостей*. Этот способ подразумевает, что с трёх исходных пунктов и одного определяемого пункта производят синхронные наблюдения ИСЗ. Каждое наблюдение «исходный пункт - определяемый пункт» дают одну плоскость синхронизации. Пересечения трёх плоскостей даёт одну точку пересечения - определяемый пункт. Уравнения трёх плоскостей синхронизации будет:

$$A_1 X_P + B_1 Y_P + C_1 Z_P + w_1 = 0;$$

$$A_2 X_P + B_2 Y_P + C_2 Z_P + w_2 = 0;$$

$$A_3 X_P + B_3 Y_P + C_3 Z_P + w_3 = 0,$$

где свободные члены есть:

$$w = -A_n X_i - B_n Y_i - C_n Z_i.$$

Здесь: -  $n$  - 1, 2, 3 (номер плоскости);

-  $i = B, C$  при  $n = 1$ ,  $i = C, A$  при  $n = 2$ ,  $i = A, B$  при  $n = 3$ .

Из решения трёх уравнений с тремя неизвестными, получаем координаты определяемого пункта.

Космическая *трилатерация*. В данном методе синхронно измеряются расстояния с трёх исходных пунктов (рис. 30)

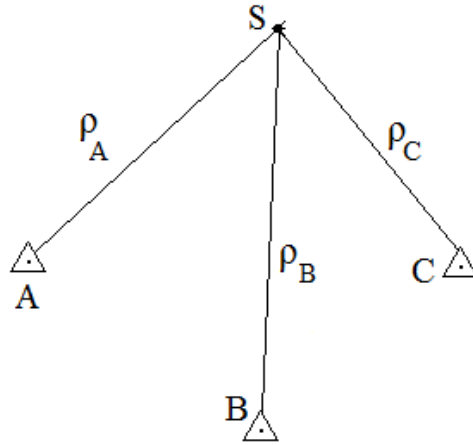


Рис. 30 Космическая трилатерация

Координаты ИСЗ получаются из решения уравнений:

$$\rho_{A1}^2 = (X_S - X_A)^2 + (Y_S - Y_A)^2 + (Z_S - Z_A)^2$$

$$\rho_{B1}^2 = (X_S - X_B)^2 + (Y_S - Y_B)^2 + (Z_S - Z_B)^2$$

$$\rho_{C1}^2 = (X_S - X_C)^2 + (Y_S - Y_C)^2 + (Z_S - Z_C)^2$$

Чтобы получить координаты определяемого пункта, необходимо с определяемого пункта  $P$  синхронно с измерениями на исходных пунктах измерить расстояние до ИСЗ. Чтобы уравнять, необходимо трижды произвести такие наблюдения, то есть при трёх положениях спутника  $S_1, S_2, S_3$ :

$$\rho_{P1}^2 = (X_{S1} - X_P)^2 + (Y_{S1} - Y_P)^2 + (Z_{S1} - Z_P)^2$$

$$\rho_{P2}^2 = (X_{S2} - X_P)^2 + (Y_{S2} - Y_P)^2 + (Z_{S2} - Z_P)^2$$

$$\rho_{P3}^2 = (X_{S3} - X_P)^2 + (Y_{S3} - Y_P)^2 + (Z_{S3} - Z_P)^2$$

Линейно-угловые засечки осуществляются одновременным измерением направлений и расстояний на ИСЗ. Для получения координат определяемого пункта  $P$  достаточно произвести такие синхронные измерения с одним исходным пунктом  $A$ . Координаты ИСЗ будут:

$$X_S = X_A + \rho_A \cdot \cos \delta_A \cdot \cos \gamma_A$$

$$Y_S = Y_A + \rho_A \cdot \cos \delta_A \cdot \sin \gamma_A$$

$$Z_S = Z_A + \rho_A \cdot \sin \delta_A$$

Координаты определяемого пункта будут:

$$X_P = X_S + \rho_P \cdot \cos \delta_P \cdot \cos \gamma_P$$

$$Y_P = Y_S + \rho_P \cdot \cos \delta_P \cdot \sin \gamma_P$$

$$Z_P = Z_S + \rho_P \cdot \sin \delta_P$$

Доплеровский метод будет рассмотрен позднее.

### 5.3 Уравнивание космических геодезических сетей

Уравнивание космических геодезических сетей осуществляется параметрическим способом. Уравнение поправок измеренного расстояния:

$$-a\xi_P - b\eta_P - c\zeta_P + a\xi_S + b\eta_S + c\zeta_S + l = v_\rho$$

Здесь: -  $\xi_A, \eta_A, \zeta_A$  - поправки в координаты определяемого пункта;  
-  $\xi_P, \eta_P, \zeta_P$  - поправки в координаты спутника;  
-  $l$  - свободный член;  
-  $a, b, c$  - коэффициенты.

Для вычисления свободного члена и коэффициентов необходимо заранее задаться предварительными значениями ИСЗ –  $X_{s0}, Y_{s0}, Z_{s0}$  и предварительными значениями координат определяемого пункта  $X_{p0}, Y_{p0}, Z_{p0}$ .

По предварительным значениям вычисляются:

- значения приращений координат:

$$\Delta X = X_{s0} - X_{p0},$$

$$\Delta Y = Y_{s0} - Y_{p0},$$

$$\Delta Z = Z_{s0} - Z_{p0};$$

- по приращениям координат вычисляются расстояния  $\rho_0$ , а от него свободный член:

$$l = \rho_0 - \rho,$$

где  $\rho$  - измеренное значение расстояния;

- вычисляются коэффициенты уравнения:

$$a = \frac{\Delta x}{\rho_0}$$

$$b = \frac{\Delta y}{\rho_0}$$

$$c = \frac{\Delta z}{\rho_0}$$

При составлении уравнения измеренного расстояния с исходного пункта:

- для него берутся не предварительные, а исходные координаты;



- из уравнения исключают поправки для наземного пункта, то есть уравнение имеет вид:

$$a\xi_S + b\eta_S + c\zeta_S + l = v_\rho$$

Уравнения поправок экваториальных координат имеют вид:

$$a\xi_P - a\xi_S + b\eta_P - b\eta_S + l_\gamma = v_\gamma$$

$$c\xi_P - c\xi_S + d\eta_P - d\eta_S + e\zeta_P - e\zeta_S + l_\delta = v_\delta$$

Как и для уравнения поправок измеренного расстояния, задаются предварительными координатами спутника и определяемого пункта. По ним вычисляются расстояния  $\rho$  и приращения координат  $\Delta X$ ,  $\Delta Y$ ,  $\Delta Z$ . Кроме того вычисляется проекция вектора  $\rho$  на плоскость экватора:

$$D^2 = (\Delta X^2 + \Delta Y^2)$$

Коэффициенты вычисляются по формулам:

$$a = \frac{\Delta Y}{D^2}$$

$$b = -\frac{\Delta X}{D^2}$$

$$c = \frac{\Delta Z \cdot \Delta X}{D \cdot \rho^2}$$

$$d = \frac{\Delta Z \cdot \Delta Y}{D \cdot \rho^2}$$

$$e = -\frac{D}{\rho^2}$$

Вычисление весов измеренных величин определяется по формуле, известной из теории математической обработки измерений:

$$p = \frac{\mu^2}{m^2},$$

где: -  $p$  - вес измерения;

-  $m$  - средняя квадратическая ошибка измеренной величины;

-  $\mu$  - средняя квадратическая ошибка единицы веса.

Веса дальномерных определений получают как обратные величины к некоторой константе  $C$ :

$$p_\rho = \frac{C}{\rho}$$

В космической триангуляции измеряют топоцентрические экваториальные координаты  $\alpha$  и  $\delta$ , при этом:

$$\gamma = \alpha - S$$

Здесь  $S$  – звёздное время наблюдения на гринвичском меридиане. Веса будут:

$$p_\delta = \frac{\mu^2}{m_\delta^2}$$
$$p_\gamma = \frac{\mu^2}{m_\alpha^2 + m_s^2}$$

Ошибка регистрации времени на современных приборах пренебрегаемо мала, поэтому имеем основание записать:

$$p_\gamma = \frac{\mu^2}{m_\alpha^2}$$

Из астрометрии известно, что  $m_\delta \approx m_\alpha \cdot \cos \delta$ . Принимая  $\mu = m_\delta$ , получаем:

$$p_\delta = 1$$
$$p_\gamma = \cos^2 \delta$$

## 6. Динамический метод космической геодезии

### 6.1 Сущность динамических задач

Динамический метод космической геодезии, в отличие от геометрического, целиком базируется на изучении эволюции орбиты ИСЗ во времени. При этом очень важно знать точную теорию движения ИСЗ. В динамическом методе, с одной стороны, ИСЗ представлен как носитель координат, с другой стороны дает возможность из анализа возмущений в движении определить характеристики возмущающих факторов. Особенно важное значение имеет определение параметров гравитационного поля Земли.

В обобщённом виде динамический метод обычно используется для определения координат пунктов в единой геоцентрической системе координат, параметров, характеризующих гравитационное поле Земли, и для уточнения характеристик орбитального движения (элементов орбиты).

Поэтому, под динамическими задачами космической геодезии будем понимать такие задачи, при решении которых существенным образом используется теория движения ИСЗ и решение которых основано на интегрировании дифференциальных уравнений возмущённого движения ИСЗ.

Возьмём векторное уравнение:

$$\bar{r} = \bar{\rho} + \bar{R}$$

Вектор  $\rho$  может быть и измерен и вычислен. Запишем зависимость между измеренным и вычисленным значениями вектора:

$$\bar{\rho}_{изм} + \bar{v}_{\rho} = \bar{\rho}_{выч} + d\bar{\rho}$$

Здесь: -  $\bar{v}_{\rho}$  – поправка в измеренное расстояние, обратная по знаку ошибке измерения;

-  $d\bar{\rho}$  – поправка в вычисленное расстояние, обратная по знаку ошибке, вызванной неучтёнными возмущающими факторами. Отсюда:

$$d\bar{\rho} + (\bar{\rho}_{выч} - \bar{\rho}_{изм}) = \bar{v}_{\rho}$$

При этом:

$$d\bar{\rho} = d\bar{r} - d\bar{R}$$

Разность:

$$\bar{l}_\rho = \bar{\rho}_{\text{выч}} - \bar{\rho}_{\text{изм}}$$

Наблюдения производятся с разных пунктов и несинхронно. Это значит, что для решения приведённого уравнения величины  $d\bar{r}$  и  $d\bar{R}$  должны быть зафиксированы. Но данное условие практически невыполнимо, так как ИСЗ перемещается по орбите и вектор  $\bar{r}$  постоянно изменяется. Поэтому в качестве неизвестных принимают не  $d\bar{r}$ , а параметры орбиты. Это позволяет выйти на решение уравнения.

Ввиду того, что может быть использована различная измерительная информация в различных случаях, вводится обобщённый вектор всех измеренных величин:

$$\bar{q}_{\text{изм}} = q(\delta, \gamma, \rho, \Delta\rho, \bar{\rho})$$

Вводятся также величины:

-  $\bar{R}$  – вектор, составляющие которого есть координаты геодезических пунктов;

-  $\bar{\sigma}$  – вектор параметров гравитационного поля Земли;

-  $\bar{p}$  – вектор параметров других возмущающих сил.

Уравнение поправок будет

$$\frac{\partial \bar{q}}{\partial \bar{\mathcal{E}}_0} d\bar{\mathcal{E}} + \frac{\partial \bar{q}}{\partial \bar{R}_0} d\bar{R} + \frac{\partial \bar{q}}{\partial \bar{\sigma}_0} d\bar{\sigma} + \frac{\partial \bar{q}}{\partial \bar{p}_0} d\bar{p} + \bar{l} = \bar{v}$$

В этом и других уравнениях индекс ноль означает, что эти векторы вычислены по предварительным значениям координат.

Вектор  $\bar{v}$  – вектор поправок. Свободный член:

$$\bar{l} = \bar{q}_{\text{выч}} - \bar{q}_{\text{изм}}$$

$$\bar{q}_{\text{выч}} = \bar{q}(\bar{\mathcal{E}}_0, \bar{R}_0, \bar{\sigma}_0, \bar{p}_0)$$

## 6.2 Сущность орбитального метода

Орбитальный метод в целом позволяет при полном и строгом уравнивании определять или уточнять:

- координаты наземных определяемых пунктов;
- элементы орбиты ИСЗ;
- величины отличия общеземной системы координат от референцной.

В отличие от динамического метода, в орбитальном методе не определяются параметры гравитационного поля Земли. Предполагается, что действия таких сил, как возмущения гравитационного поля известны.

Орбитальный метод достаточно прост в организации и, в отличие от геометрического, даёт возможность:

- производить несинхронные наблюдения;
- определять координаты пунктов в общеземной, а не в референцной системе координат.

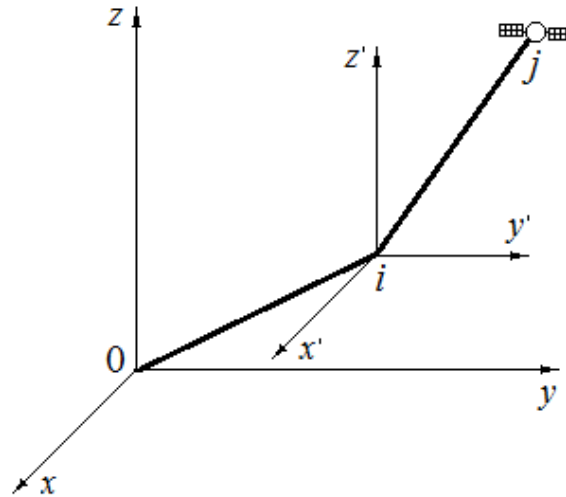


Рис. 31 Взаимное положение наблюдателя  $i$  и спутника  $j$

Рисунок 31. Пусть  $\bar{r}_j$  – геоцентрический вектор ИСЗ в момент  $t_j$ . На пункте  $i$  будет топоцентрическая система координат  $(x', y', z')$ , оси которой параллельны геоцентрической системе координат  $(x, y, z)$ . Из измерений известны компоненты вектора  $\bar{\rho}_{ij}$ :

$$\bar{\rho}_{ij} = |\rho_{ij}| \cdot \begin{bmatrix} l_{ij} \\ m_{ij} \\ n_{ij} \end{bmatrix} = |\rho_{ij}| \cdot \begin{bmatrix} \cos \alpha_{ij} & \cos \delta_{ij} \\ \sin \alpha_{ij} & \cos \delta_{ij} \\ \sin \delta_{ij} \end{bmatrix}$$

Также запишем известное равенство

$$\bar{\rho}_{ij} = \bar{r}_j - \bar{R}_i$$

Уравнение поправок в координатной форме имеет вид:

$$a_{ij}\Delta\Omega_0 + b_{ij}\Delta i_0 + c_{ij}\Delta\omega_0 + d_{ij}\Delta a_0 + e_{ij}\Delta e_0 + f_{ij}\Delta M_0 + \\ + A_{ij}\Delta x_i + B_{ij}\Delta y_i + C_{ij}\Delta z_i + l_{qij} = v_{qij}$$

Наиболее распространённой задачей, решаемой при помощи орбитального метода, является передача координат из района с исходными пунктами в район расположения определяемых пунктов.

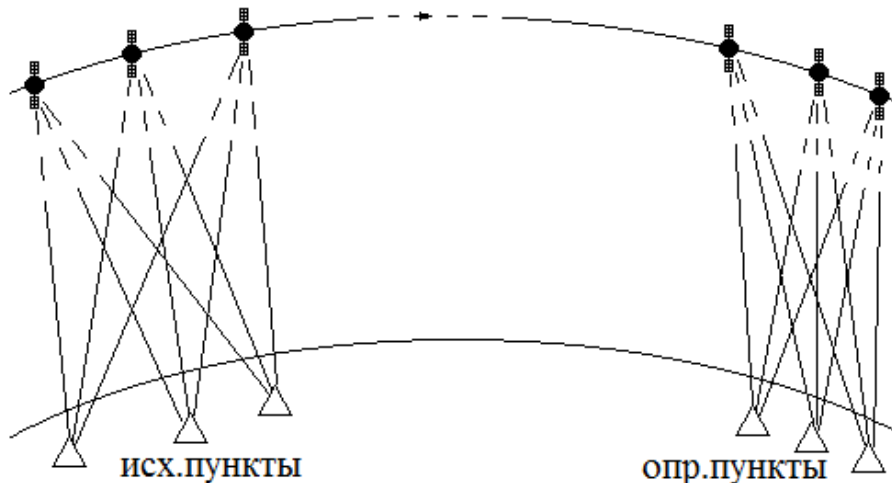


Рис. 32 Передача координат орбитальным методом

Простейшую задачу передачи координат орбитальным методом (рис. 32) применительно к единичной спутниковой орбите можно представить совокупностью следующих задач, решаемых последовательно или в комбинации:

- уточнение параметров орбиты спутника по наблюдениям его с наземных пунктов, координаты которых известны. Эти пункты называются опорными и находятся в исходном районе. Уточняются параметры орбиты:  $a$ ,  $e$ ,  $i$ ,  $\Omega$ ,  $\omega$ ,  $M$  на момент  $t_0$ , соответствующей обычно середине участка орбиты, наблюдаемого с опорных пунктов. Этот момент называется эпохой уточнения;

- прогнозирование элементов орбиты, уточнённых в эпоху на момент времени наблюдений его с определяемого пункта;

- определение координат пунктов в определённом районе.

При решении данной задачи используется уравнение поправок вида:

$$\frac{\partial q}{\partial R_0} dR + l_q = v_q$$

### 6.3 Метод коротких дуг

Метод коротких дуг (рис. 33) является одной из практических реализаций орбитального метода. С его помощью можно решать следующие задачи:

- досгущение космической геодезической сети в заданном районе;
- определение параметров вращения Земли.

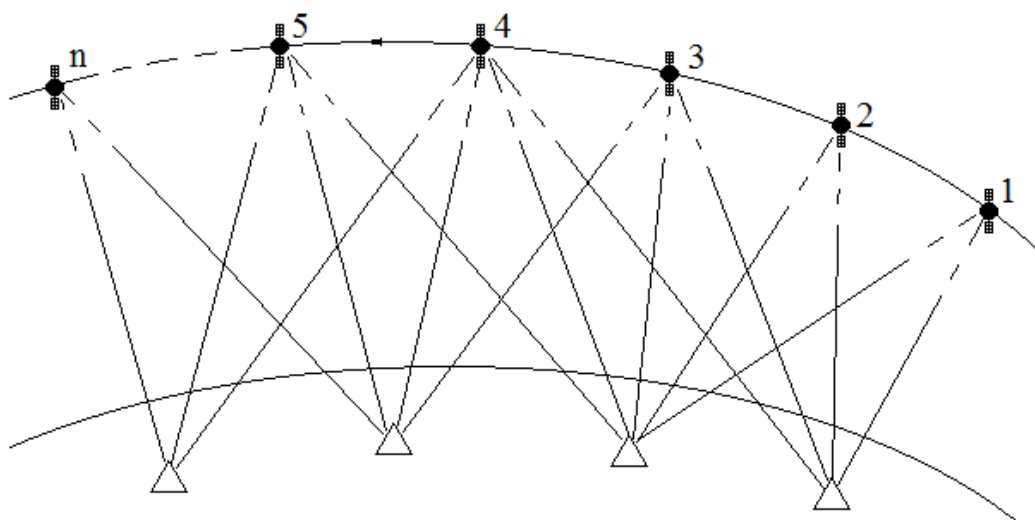


Рис. 33 К методу коротких дуг

При использовании этого метода используется часть орбиты - дуга. Вначале, по результатам прошлых наблюдений, вычисляются параметры невозмущённой орбиты  $\mathcal{E}_0$  на момент первого измерения с исходных пунктов. В процессе производства наблюдений с исходных пунктов, элементы орбиты уточняются. Изменения значений элементов орбиты, то есть их отличие от теоретического значения, описываются как функция, которая аппроксимируется разложением в ряд. Предел ряда ограничивается заданной точностью. При этом после каждого приближения вычисляется ошибка единицы веса:

$$\mu = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n (\Delta \bar{r}_j)^2}{n}},$$

а она сравнивается с разностью между результатами данного приближения с предыдущим. Уклонение:

$$\Delta \bar{r}_j = f(t, \bar{r}_0, \bar{r}'_0, k_1, k_2, \dots, k_n)$$

Полученные параметры орбиты используются для вычисления мгновенных положений ИСЗ на моменты измерений по нему с определяемых пунктов.

Достаточная точность может быть достигнута, если наблюдения с определяемых пунктов по времени располагаются между наблюдениями с исходных, или отстоят от последнего из них на небольшое время. Максимум на несколько десятков градусов на орбите.



## 7. Основные методы наблюдения ИСЗ

### 7.1 Фотографические наблюдения

Фотографические наблюдения были первыми массовыми наблюдениями, производимыми по ИСЗ.

Для их производства создавались специальные фотографические аппараты. Конструкции таких аппаратов должны были удовлетворять ряду требований, важнейшими из которых являются;

- они должны быть широкоформатными, то есть рассчитанными на широкую фотоплёнку;
- должны обладать высококачественной оптикой, сводящей к минимуму геометрические искажения;
- однозначно фиксировать положение звёзд и ИСЗ на снимке.

Положение объектов на снимке определяется на приборе, называемом компаратором (рис. 34).

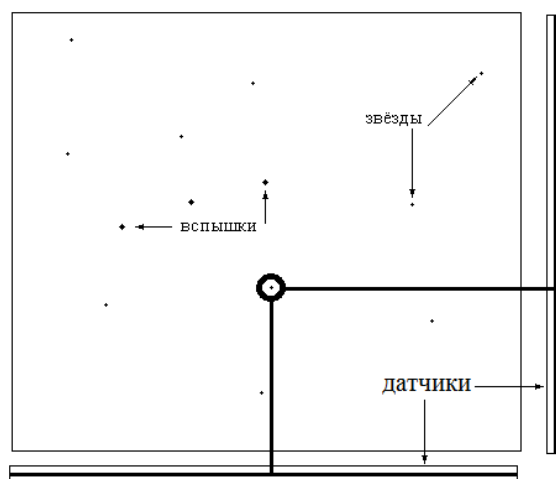


Рис. 34 Общее устройство компаратора

Цена деления шкал компаратора может достигать единиц микрометра. Можно сказать, что чем больше увеличение объектива фотокамеры, тем точнее будут получены координаты ИСЗ относительно опорных звёзд. Но при большом увеличении на снимке малого формата может не поместиться достаточного количества опорных звёзд. Именно поэтому фотокамеры создавались для фотоплёнок шириной 75, 180 и 300 мм. Сравним, в обычных фотоаппаратах использовалась плёнка

шириной 35 мм. Да и сама плёнка должна обладать высокой чувствительностью, так как свет звёзд, да и спутников, слишком слаб. Если в обычном фотоаппарате применялась плёнка фоточувствительностью 32-65 единиц ГОСТ, редко до 130-250, то для фотографирования ИСЗ использовалась фотоплёнка со светочувствительностью в 1000 и более единиц ГОСТ.

При таких больших форматах важно было соблюсти геометрию изображения. Основные искажения, вносимые объективом, это дисперсия, дисторсия, хроматическая aberrация и другие.

Явление дисперсии, как и хроматической aberrации, вызвано тем, что световые лучи с разной длиной волны, имеют в стекле разный коэффициент преломления.

Явление дисторсии проявляются в том, что прямые линии на снимке получаются в виде кривых. Различают подушкообразную и бочкообразную дисторсию (рис. 35).

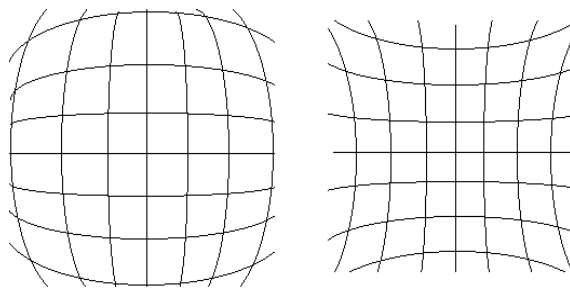


Рис. 35 Бочкообразная и подушкообразная дисторсии

Этого явления стараются избегать не только путём повышения качества обработки поверхности линз, но и оптимальным подбором соотношения диаметра объектива и его фокусного расстояния.

Уменьшение этих явлений добиваются также использованием составных объективов, включающих в себя линзы из стёкол с разными коэффициентами преломления.

Проблема однозначности фиксирования изображений звёзд заключается в следующем. Время прохождения ИСЗ в поле зрения объектива может составлять  $10^s$ - $20^s$ . За  $10^s$  звёзды, располагающиеся, например, вблизи небесного экватора, перемещаются на  $150''$ . Изображение звёзд получаются не в виде точек, а в виде чёрточек. И это притом, что направления на них

необходимо определять на компараторе с точностью не хуже единиц секунд.

Для того, чтобы звёзды получались в виде точек, фотоаппарат должен перемещаться синхронно с вращением небесной сферы на широте пункта наблюдений. Для этого в конструкцию фотоаппарата включают так называемую экваториальную платформу. Она включает в себя систему механических передач, настраиваемую на заданную широту и синхронный электродвигатель, выполняющий роль часового механизма.

Проблема идентификации активного ИСЗ состоит в следующем. Активный спутник даёт вспышки. Они отображаются на снимке в виде точек. Их трудно отличить от точек, изображающих звёзды. Для разрешения этой проблемы поступают так. После прохождения ИСЗ в поле зрения объектива закрывают объектив и на несколько секунд останавливают экваториальную платформу. За это время звёзды перемещаются, затем снова открывают объектив, повторно фиксируются положения звёзд. В конечном счёте, на фотоснимке изображение вспышек ИСЗ будут одинарными. Изображение звёзд – двойными. Это позволяет их различать.

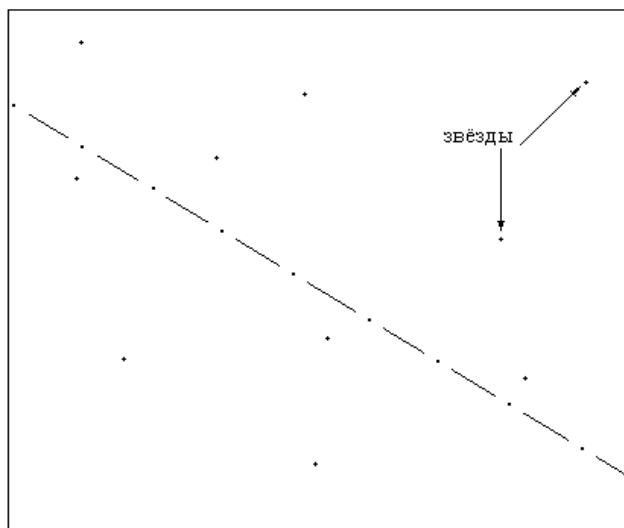


Рис. 36 Изображение траектории пассивного ИСЗ

Пассивный спутник – яркий объект, быстро перемещающийся среди звёзд. На снимке его изображение получается в виде линии. Производить измерения по линии бессмысленно. Поступают следующим образом. Во время пролёта спутника в поле зрения объектива, объектив

автоматически открывается и закрывается. Из-за этого на снимке получается ряд точек. Чтобы не фиксировать положение звёзд второй раз для отличия звёзд от спутника, при фиксировании изображения спутника объектив открывают на короткое и длительное время, чередуя их. На снимке траектория спутника видна как чередование точек и тире (рис. 36).

Поскольку наблюдения пассивного ИСЗ являются несинхронными, при наблюдениях необходимо регистрировать время  $t$ . Для этого изображение электронных часов впечатывается на снимок.

Пассивные спутники представляли собой конструкции, напоминающие воздушные шары, надуваемые непосредственно после вывода в космос и на орбиту. Например, американский спутник Пагеос имел диаметр около 30 метров. Он имел зеркальную поверхность и светился отражённым светом Солнца.

Активные спутники представляли собой большую лампу-вспышку, аккумуляторы и солнечные батареи. Вспышки осуществлялись по командам с Земли и это обеспечивало синхронность измерений.

## 7.2 Лазерные и доплеровские наблюдения

Лазерные наблюдения предназначались для непосредственного измерения расстояния до ИСЗ. Для этого использовались мощные импульсные лазерные дальномеры. Дальномер заранее наводился на точку небесной сферы, где в данный момент находится ИСЗ и производилось измерение расстояния. При этом измерялись метеоданные: температура и давление, необходимые для вычисления коэффициента преломления атмосферы. При измерениях засекается время излучения импульса света и время возвращения импульса. Разность по времени – есть время полёта импульса света до ИСЗ и обратно. Расстояние есть:

$$\rho = 0.5 \cdot v \cdot (t_2 - t_1),$$

- где: -  $\rho$  – топоцентрическое расстояние до ИСЗ;  
-  $v$  – скорость света в среде;  
-  $t_2$  – время возвращения импульса света, отражённого от ИСЗ;  
-  $t_1$  – время излучения импульса света.

Коэффициент 0.5 необходим, так как регистрируется время полёта импульса «туда» и «обратно». Скорость света в нижних слоях атмосферы ниже скорости света в космосе. Поэтому берётся некоторое интегральное значение скорости.

ИСЗ, предназначенный для лазерных дальномерных измерений, оборудуются отражателями.

Измерение расстояние возможно с помощью радиоволн. Но здесь сталкиваемся с такой проблемой. При лазерных измерениях одни и те же часы использовались для регистрации времени излучения и времени его возвращения. Такой вариант возможен и при использовании радиоволн. Но при этом радиопередатчик с антенной должны иметь весьма большие размеры, что просто не выгодно.

Если радиоизлучение исходит от спутника, то часы, засекающие время излучения находятся на ИСЗ, а часы, засекающие время прихода сигнала, находятся на наземном пункте. Это разные часы и синхронизировать их достаточно трудно. Решение этой проблемы рассматривается в курсе дисциплины «Спутниковые системы и технологии позиционирования».

Но радиоволны всё же используются в спутниковых наблюдениях. Основаны такие наблюдения на известном из физики эффекте Доплера. Он описывается формулой:

$$F = F_0 \frac{\sqrt{1 - \frac{v}{c}}}{1 - \frac{v}{c} \cdot \cos \alpha}$$

где: -  $F$  – частота электромагнитного излучения, воспринимаемого неподвижным наблюдателем (приёмник на наземном пункте);

-  $F_0$  – частота электромагнитного излучения, излучаемого подвижным источником (ИСЗ);

-  $v$  – скорость перемещения передатчика (ИСЗ);

-  $c$  – скорость света;

-  $\alpha$  – угол, под которым движется источник электромагнитного излучения относительно неподвижного приёмника.

Знаменатель формулы учитывает влияние скорости движения передатчика на частоту  $F$ , числитель – учитывает

релятивистский эффект замедления времени на быстро движущемся объекте (передатчике).

Проявляется этот эффект в том, что частота принимаемого сигнала:

- больше частоты  $F_0$  излучаемого передатчиком, если он приближается к приёмнику;
- меньше частоты  $F_0$ , если передатчик удаляется;
- равен частоте  $F_0$ , если передатчик неподвижен относительно приёмника.

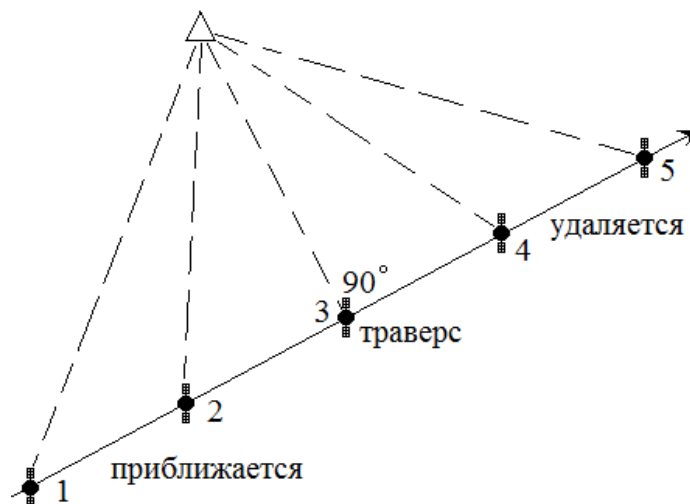


Рис. 37 Сущность доплеровских измерений

Рассмотрим рисунок 37. Вид ситуации – сверху. Пока ИСЗ, излучающий радиоволну с частотой  $F_0$ , перемещается через точки 1 и 2, угол  $\alpha$  будет находиться в пределах  $0^\circ < \alpha < 90^\circ$  и частота  $F$  будет больше частоты  $F_0$ . Когда ИСЗ проходит точки 4 и 5, угол  $\alpha$  в пределах  $90^\circ < \alpha < 180^\circ$  и частота  $F$  будет меньше частоты  $F_0$ .

В точке 3, когда радиус – вектор перпендикулярен траектории полёта спутника, угол  $\alpha = 90^\circ$ ,  $\cos \alpha = 0$ , на отличие частоты  $F$  от  $F_0$  влияет только релятивистский эффект. Его можно учесть, так как скорость спутника известна с необходимой точностью.

Точка 3 интересна тем, что именно в этой точке частота  $F$  перестаёт быть больше частоты  $F_0$ . Эта точка называется точкой траверса, а сам радиус-вектор  $\vec{\rho}$  - траверсом.

В конструкции приёмника, находящегося на пункте наблюдения, имеется высокостабильный генератор

электрических колебаний, частота которого считается равной частоте  $F_0$ , то есть:

$$F_{ген} = F_0$$

На пункте наблюдения приёмник включается в момент появления ИСЗ в зоне радиовидимости. Производится сравнение частот:

$$\Delta F = F - F_{ген}$$

На машинный носитель записываются метки времени и разность частот. Информация передаётся в центр обработки. Обычно в зоне радиовидимости находятся несколько пунктов наблюдений. Наличие меток времени позволяет считать наблюдения на пунктах синхронными.

Смысл дальнейшей обработки сводится к предвычислению точек траверса для каждого из пунктов наблюдения, исходя из предполагаемых элементов орбиты  $\mathcal{E}_0$  и сравнения их с данными полученными с пунктов наблюдений. Информацией является как момент прохождения ИСЗ точки траверса, так и скорость изменения разности частот.

### 7.3 Условия видимости спутника

При организации наблюдений на наземных пунктах необходимо заранее вычислять моменты прохождения интересующего ИСЗ, а так же его топоцентрические координаты для моментов времени, удобных для производства наблюдений.

Следом орбиты ИСЗ называется линия пересечения земной поверхности плоскостью орбиты. Сечение предполагается мгновенным в момент прохождения спутником восходящего узла, поэтому в следе орбиты не будет отражено вращение Земли вокруг своей оси. След орбиты является большим кругом.

Точка следа орбиты ИСЗ, имеющая наибольшую широту называется вертексом. Вертекс равен углу наклона орбиты, то есть:

$$\varphi = i$$

Если  $i = 0$ , орбита называется экваториальной, если  $i = 90^\circ$  - полярной.

Возможен вариант, когда  $i > 90^\circ$ . Соответственно, в этом случае вертекс:

$$\varphi = 180^\circ - i$$

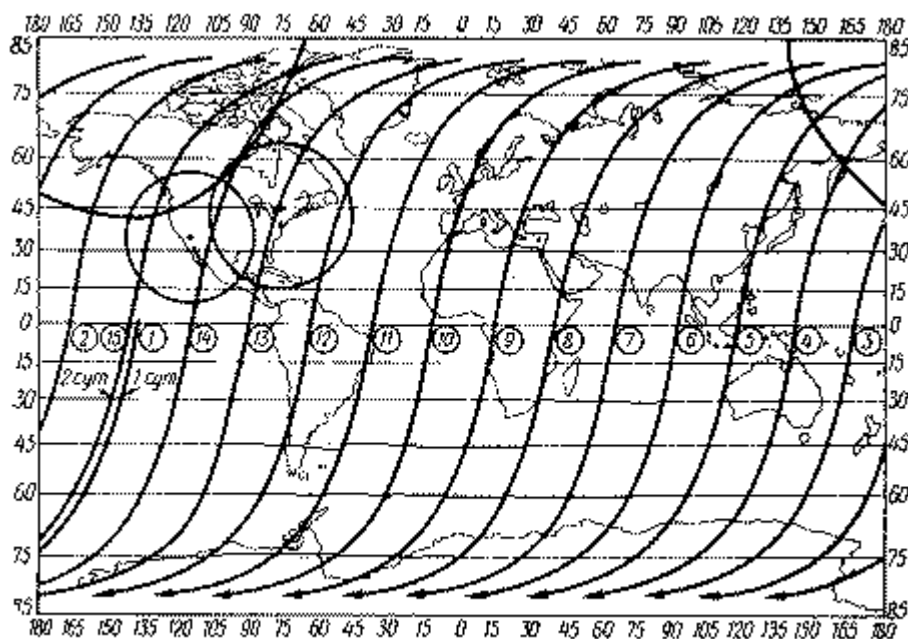
Необходимо учесть, что ИСЗ запускаются по ходу вращения Земли, то есть с запада на восток, потому угол  $i$  практически всегда невелик. Увеличение угла  $i$  производится в процессе изменения параметров орбиты в ходе её корректировки, на что требуется запас топлива.

Витком орбиты или оборотом называется часть орбиты, соответствующая полному обороту ИСЗ вокруг Земли, при этом началом витка считается момент пересечения спутником плоскости экватора Земли.

Подспутниковой точкой называется пересечения радиуса-вектора ИСЗ с земной поверхностью.

Совокупность бесконечного количества подспутниковых точек на вращающейся Земле называется трассой движения (полёта) спутника.

Проекция трассы ИСЗ изображена на рисунке 38.



<http://lib.ru>

Рис. 38 Проекция трассы ИСЗ

Если одна точка пересечения трассы соответствует началу витка, а следующая точка пересечения его концу, то расстояние между точками равно смещению  $\delta\lambda$  спутника по долготе за один виток или углу поворота Земли за виток. Если период обращения ИСЗ равен  $T$ , то:



$$\delta\lambda = \frac{2\pi T}{T_{36}} = T\omega_3$$

Здесь  $T_{36}$  – звёздные сутки, выраженные в тех же единицах времени, что и период обращения  $T$ .

В подспутниковой точке ИСЗ находится почти в зените. Но вокруг подспутниковой точки есть более или менее широкая зона, в которой спутник виден под другими зенитными расстояниями, но не превышающими  $90^\circ$ . Эта зона называется зоной видимости спутника. Однако, из-за больших искажений, вносимых в результаты измерений на больших зенитных расстояниях, считается, что максимальное зенитное расстояние  $Z_{max}$  не превышает  $75^\circ$ .

С другой стороны зоной видимости можно считать часть земной поверхности, окружающих конкретную подспутниковую точку, в которой зенитное расстояние на ИСЗ не превышает  $Z_{max}$ . Ведь по мере удаления наблюдателя от подспутниковой точки, ИСЗ всё более и более будет склоняться к горизонту.

Зона видимости представляет собой круг радиусом  $\beta$ . Если эту величину представить в угловой мере, то можно её вычислить по формуле:

$$\beta = Z_{max} - \arcsin\left(\frac{R_3}{a} \sin Z_{max}\right)$$

Здесь: -  $R_3$  – радиус Земли;

-  $a$  – радиус орбиты.

Если орбита отличается от круговой, то формула принимает другой вид:

$$\beta = Z_{max} - \arcsin\left(\frac{R_3 \cdot \sin Z_{max}}{R_3 + H}\right),$$

где  $H$  – высота ИСЗ над подспутниковой точкой.

Время, в течение которого возможно производить измерения:

$$\Delta t = \frac{\beta}{\pi} T$$

где,  $T$  – период обращения спутника.

Эта формула применима для подспутниковой точки. Для других точек в пределах радиуса  $\beta$  эта величина будет меньше.

Для практического выполнения наблюдений ИСЗ необходимо рассчитать его эфемериды. Эфемеридами можно

считать топоцентрические координаты ИСЗ для конкретного наземного пункта на конкретный момент времени.

Перед началом вычисления эфемерид производится определение, в какое время спутник будет находиться в зоне видимости с пункта.

Исходными данными для расчёта служат элементы орбиты, периодически сообщаемые различными службами слежения за ИСЗ. Эти данные позволяют вычислить эфемериды на 5-15 суток с достаточной точностью для определения входа ИСЗ в зону видимости и выхода из неё.

Элементы орбиты на интересующий момент времени следует перевычислить с учётом вековых возмущений, обусловленных сжатием Земли.

Затем вычисляются геоцентрические координаты ИСЗ в инерциальной системе координат:

$$\begin{aligned}x &= r(\cos u \cdot \cos \Omega - \sin u \cdot \sin \Omega \cdot \cos i) \\y &= r(\cos u \cdot \cos \Omega + \sin u \cdot \cos \Omega \cdot \cos i) \\z &= r \cdot \sin u \cdot \sin i\end{aligned}$$

Здесь  $u$  – аргумент широты:

$$u = \omega + \nu$$

где:  $\omega$  – аргумент перицентра,  $\nu$  – истинная аномалия.

Переход от инерциальной геоцентрической системы координат к земной (Гринвичской) производится по известной формуле

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos S & \sin S & 0 \\ -\sin S & \cos S & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = S \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

Следующий этап – переход к топоцентрической системе координат. Топоцентрические координаты ИСЗ будут:

$$\begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin B \cdot \cos L & -\sin B \cdot \sin L & \cos B \\ -\sin L & \cos L & 0 \\ \cos B \cdot \cos L & \cos B \cdot \sin L & \sin B \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X - X_i \\ Y - Y_i \\ Z - Z_i \end{bmatrix}$$

Здесь:  $-B, L$  – широта и долгота пункта;

$-X_i, Y_i, Z_i$  – геоцентрические координаты пункта.

Координаты ИСЗ в горизонтной системе координат:

$$A = \arctan \frac{Y'}{X'}; \quad z = \arctan \frac{\sqrt{X'^2 + Y'^2}}{Z'}$$

## 8. Альтернативные методы космической геодезии

### 8.1 Длиннобазисная интерферометрия

В 1960 году радиоастрономами были открыты внегалактические радиоисточники, значительно удалённые от Земли. Это квазизвёздные образования, названные квазарами.

Теоретические основы метода длиннобазисной интерферометрии (интерферометрия со сверхдлинной базой) были разработаны в 1965 году радиоастрономами Л.И. Матвеевко, Н.С. Кардашевым, Г.Б. Шеломницким.

Для реализации этого метода необходимо использовать мощные (высокочувствительные) радиотелескопы диаметром 30 и более метров. При этом минимум два таких радиотелескопа должны находиться друг от друга на расстоянии, соизмеримом с размером Земли.

Сущность видна из рисунка 39.

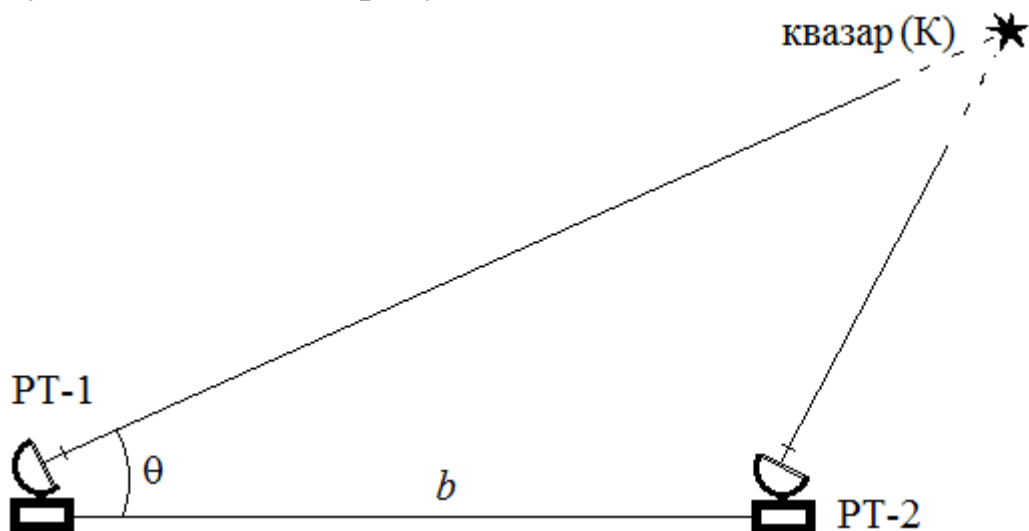


Рис. 39 Сущность длиннобазисной интерферометрии

В общем случае расстояние от приёмников РТ1 и РТ2 до квазара различные, а значит сигнал от квазара до РТ2 придёт раньше, чем до РТ1. Задержку обозначим символом  $\tau$ . Действует соотношение:

$$c\tau = b \cdot \cos \theta + c\Delta\tau$$

Здесь: -  $c$  – скорость света;  
-  $b$  – длина базы;  
-  $\theta$  – угол между направлением базы и направлением на квазар;  
-  $\Delta\tau$  – несинхронность часов в точках.

Косинус угла  $\theta$  можно выразить через направляющие косинусы  $L, M, N$  для базиса РТ1 - РТ2 и  $l, m, n$  для линии РТ1-квazar. Получается соотношение:

$$\cos \theta = L \cdot l + M \cdot m + N \cdot n$$

Выражая через сферические координаты получаем:

$$c \tau = b \cdot (\cos \Phi \cdot \cos \Lambda \cdot \cos \delta \cdot \cos(\alpha - S) - \cos \Phi \cdot \sin \Lambda \cdot \cos \delta \cdot \sin(\alpha - S)) + b \cdot \sin \Phi \cdot \sin \delta + c \cdot \Delta \tau$$

Из приведённых соотношений можно сделать выводы, что метод интерферометрии со сверхдлинной базой позволяет:

- уточнить координаты пунктов РТ1 и РТ2;
- координаты радиоисточника (квazара);
- осуществить синхронизацию часов на удалённых пунктах (РТ1 и РТ2);
- уточнять параметры вращения Земли;
- изучать дрейф континентов.

Перспективным является путь, когда один или несколько радиотелескопов выводятся на орбиту Земли.

Для наблюдений в длиннобазисной радиоинтерферометрии используются не только квазары, но другие радиоисточники в космосе, а также делаются попытки использовать радиоизлучения искусственных спутников.

## 8.2 Дальномерные наблюдения Луны

Луна, как космический объект для производства измерений, давно привлекала геодезистов. Но лишь после установки на Луне уголкового отражателя и создания мощных лазерных дальномеров, появилась возможность для производства действительно точных измерений.

Результатом измерений является расстояние от обсерватории до отражателя и время наблюдений. Системы уравнений лазерной локации Луны связывают геоцентрические координаты отражателя с его же селеноцентрическими координатами. Это позволяет решать ряд задач.

## 8.3 Альтернативные спутниковые методы

**Спутниковая альтиметрия.** Этот метод заключается в том, что при движении ИСЗ по орбите выполняются измерения

высот спутника над водной поверхностью с помощью установленного на борту радиовысотомера или лазерного высотомера. Поскольку водная поверхность занимает более 70% всей поверхности Земли, измерение высот с достаточной частотой позволяет получить важные глобальные характеристики нашей планеты в виде высот геоида над принятым общеземным эллипсоидом. Конечным результатом спутниковой альтиметрии является карта высот геоида. Кроме того, в результате обработки измерений, получается значение большой полуоси общеземного эллипсоида.

Дальнейшая обработка позволяет получить информацию:

- о гравитационном поле Земли;
- об изменчивости поверхности моря и характеристики морских течений;
- о характеристиках морского волнения и ветровых нагонах.

**Спутниковая градиентометрия.** На ИСЗ устанавливаются специальные приборы – градиентометры. Они позволяют измерить градиент силы тяжести, то есть первую производную от неё. Или вторую производную от гравитационного потенциала Земли.

Метод позволяет получить данные о таких особенностях в строении гравитационного поля Земли, которые не поддаются выявлению традиционными методами.

**Наблюдения по линии спутник-спутник.** Организация наблюдений по этому методу имеет целью изучение тонкой структуры гравитационного потенциала Земли. Возможны варианты производства измерений:

- между двумя спутниками, движущимися по близким орбитам;
- между высоким и низким спутником;

Транспортный корабль и два и более спутника-мишени.

Возможный состав измерений:

- расстояние;
- относительная скорость;
- направление с транспортного корабля на спутник-мишень.

## 9. Космическая геодезия и геодинамика

### 9.1 Геодинамические явления

Геодинамика – наука о природе глубинных сил и процессов, возникающих в результате планетарной эволюции Земли, как планеты и обуславливающих движение вещества и энергии внутри Земли.

Геодинамика является синтезирующей дисциплиной. Она использует данные геологии, геохимии и геофизики, а также широко применяет математическое и физическое моделирование глубинных процессов.

О природе глубинных процессов можно судить по их проявлению в близкоповерхностных структурах земной коры и магматизме.

Геодинамика исследует механизм движения литосферных плит, изучая динамические условия (разрыв материковых глыб в зонах растяжения, надвиги, подвиги и складчатость в зонах сжатия), возникающие вдоль их границ и связанные с ними тектонические (в том числе сейсмические) и магматические процессы.

Движения литосферных плит по сфере постоянного радиуса (радиус Земли) описывается теоремой Эйлера. Она гласит, что перемещение любой точки по поверхности сферы описывается как чистое вращение вокруг оси, проходящей через центр сферы и пересекающей её поверхность в двух точках, называемых полюсами Эйлера (эйлеровыми полюсами), или полюсами вращения плит.

Если плита движется поступательно, она всё равно движется по дуге, а значит есть точка, являющаяся центром окружности, частью которой является дуга. Даже если плита вращается, оставаясь на месте, полюс Эйлера находится непосредственно на плите.

Положение эйлеровых полюсов характеризуется геодезическими эллипсоидальными координатами – широтой  $B$  и долготой  $L$ .

Количественной характеристикой движений является угловая скорость вращения  $\omega$ . Другой характеристикой являются линейные скорости движения  $V$  точек плиты. Чем дальше точка

от полюса, тем больше её линейная скорость и пропорциональна синусу угла между эйлеровым полюсом и точкой.

Для определения координат эйлеровых полюсов и скорости вращения плит, измеряются линейные скорости в различных точках плиты.

Для этого последовательно во времени методами космической геодезии определяются координаты выбранных точек. По ним строятся траектории их перемещения.

## Заключение

Методы космической геодезии первоначально разрабатывались, исходя из задач передачи координат на большие расстояния. Исходя из уровня развития науки и техники 50-х – 60-х годов, для наблюдений ИСЗ использовался фотографический метод. При этом сначала использовались телескопы с фотокамерами, которыми располагали астрономические обсерватории. Позже разрабатывались и изготавливались специальные фотографические аппараты. При этом одни предназначались для стационарных астрономо-геодезических пунктов, другие представляли собой возимые варианты.

Для реализации фотографических методов создавались и запускались специальные ИСЗ, например американский спутник Пагеос, диаметром 30 метров со светоотражающей поверхностью.

По мере развития электроники, внедрения полупроводников, начали разрабатываться и использоваться дальномерные и доплеровские измерения.

Почти одновременно с ними начали создаваться ИСЗ, на которых устанавливались градиентометры ускорения силы тяжести.

Позже появились: систему спутник-спутник, спутниковые высотомеры (спутниковая альтиметрия).

Шире стали применяться такие методы, как наблюдения Луны и длиннобазисная интерферометрия.

Использование методов космической геодезии позволяет:

- уточнить координаты пунктов существующей геодезической сети;
- связывать региональные геодезические сети между собой;
- уточнять параметры земли и ориентировку референц-эллипсоидов в теле планеты;
- исследовать форму геоида и параметры гравитационного поля Земли в целом.



## **Вопросы для самостоятельной подготовки**

### **Раздел № 1. Системы координат и отсчёта времени.**

1. Предмет и задачи космической геодезии.
2. Фундаментальное уравнение космической геодезии.
3. Основные системы координат, применяемые в космической геодезии.
4. Системы измерения времени.
5. Преобразования систем координат.

### **Раздел №2. Основы теории движения ИСЗ.**

6. Дифференциальные уравнения невозмущённого движения ИСЗ.
7. Элементы орбиты ИСЗ.
8. Вычисление невозмущённой эфемериды ИСЗ.
9. Уточнение орбиты.
10. Уравнения возмущённого движения ИСЗ.
11. Классификация возмущений.
13. Элементы орбиты ИСЗ.

### **Раздел № 3. Элементы спутниковой сферической астрономии.**

14. Топоцентрическая траектория движения ИСЗ на небесной сфере.
15. Изменение траектории спутника относительно пункта наблюдения вследствие вращения Земли.
16. Зависимость сферических координат спутника от времени.
17. Условия видимости ИСЗ.
18. Прохождение ИСЗ через меридиан и параллель пункта наблюдения.
20. Параллакс спутника.
21. Влияние абберации.
22. Спутниковая рефракция.

### **Раздел № 4. Методы и аппаратура наблюдений ИСЗ.**

23. Особенности наблюдений ИСЗ.
24. Классификация методов наблюдения ИСЗ.
25. Фотографические наблюдения спутников.
26. Доплеровские наблюдения спутников.
27. Интерференционный метод.
28. Лазерные наблюдения.

29. Обработка материалов регистрации времени.
30. Геодезические спутники Земли.
31. Понятие о яркости ИСЗ.

#### **Раздел № 5. Геометрический метод космической геодезии.**

32. Сущность геометрического метода.
33. Синхронные и квазисинхронные наблюдения.
34. Космические геодезические построения.
35. Понятие об уравнивании космических геодезических построений.
36. Определение масштаба построений.
37. Орбитальный метод создания космических геодезических построений.
38. Определение параметров земного эллипсоида.
39. Основы проектирования космических геодезических построений.
40. Построение мировой геодезической системы координат.

#### **Раздел № 6. Динамический метод космической геодезии.**

41. Сущность динамического метода.
42. Понятие об определении гармоник геопотенциала.
43. Учёт резонансных возмущений.
44. Общая схема реализации динамического метода.
45. Уточнение фундаментальных постоянных.
46. Основные направления развития космической геодезии.

## **Рекомендуемая литература**

### **Основная литература**

1. Курошев Г. Д. Космическая геодезия и глобальные методы позиционирования : учебное пособие / Г. Д. Курошев. – Санкт-Петербург : Издательство Санкт-Петербургского университета, 2011. – 182 с.
2. Кусов В. С. Основы геодезии, картографии и космоаэро съемки : учебник для студентов учреждений высшего профессионального образования / В. С. Кусов. – Москва : Академия, 2012. – 256 с.
3. Дьяков Б. Н. Основы геодезии и топографии : учебное пособие / Б. Н. Дьяков, В. Ф. Ковязин, А. Н. Соловьев ; ред. Б. Н. Дьяков. – Санкт-Петербург : Лань, 2011. – 272 с.

### **Дополнительная литература**

1. Крылов В. И. Космическая геодезия / В. И. Крылов. – Москва : МИИГАиК, 2002. – 157 с.
1. Колмогоров В. Г. Основы геодезии и топографии : учебное пособие / В. Г. Колмогоров. – Новосибирск: Новосиб. гос. ун-т. – 2004. – 151с.
2. Ямбаев Х. К. Геодезическое инструментоведение : учебник для вузов / Х. К. Ямбаев. – Москва : Академический Проект ; Гаудеамус. – 2011. – 583 с.
3. Краснорылов И. И. Основы космической геодезии : учебное пособие / И. И. Краснорылов, Ю. В. Плахов. – Москва : Недра, 1976. – 216 с.
4. Луповка В. А. Основы космической геодезии с элементами фотограмметрии. Часть 1 : учебное пособие / В. А. Луповка, Т. К. Луповка. – Москва : МИИГАиК, 2002. – 80 с.

### **Руководящие документы и справочная литература**

1. 1 ОСТ 68-15-01. Измерения геодезические. Термины и определения. – М. : ЦНИИГАиК, 2001.
2. ОСТ 68-12.0.01-02. Отраслевая система стандартов по безопасности труда. Основные положения. – М. : ЦНИИГАиК, 2002.

3. ОСТ 68-14-99. Виды и процессы геодезической и картографической производственной деятельности. Термины и определения. – М. : ЦНИИГАиК, 2000.
4. Постановление Правительства РФ от 27.12.2012 N 1435 (ред. от 19.03.2014) "О федеральном государственном надзоре в области геодезии и картографии" (вместе с "Положением о федеральном государственном надзоре в области геодезии и картографии").
5. Постановление Правительства РФ от 04.08.2012 N 802 "Об утверждении Правил предоставления федеральными органами исполнительной власти сведений о содержании ведомственных картографо-геодезических фондов, находящихся в их ведении".
6. Приказ Роскартографии от 06.06.2003 N 97-пр "Об утверждении Положения о порядке передачи гражданами и юридическими лицами в федеральный картографо-геодезический фонд копий геодезических и картографических материалов и данных" (Зарегистрировано в Минюсте РФ 11.07.2003 N 4890).
7. Приказ Роскартографии от 29.06.1999 N 86-пр "О введении в действие Инструкции о порядке контроля и приемки геодезических, топографических и картографических работ. ГКИНП (ГНТА)-17-004-99".
8. Инструкция по топографическим съёмкам в масштабах 1:5000, 1:2000, 1:1000 и 1:500. – ГКИНП-02-033-82. – Москва : Недра. – 1982.
9. Постановление Правительства РФ от 01.06.2009 N 457 (ред. от 02.11.2013) "О Федеральной службе государственной регистрации, кадастра и картографии" (вместе с "Положением о Федеральной службе государственной регистрации, кадастра и картографии").
10. Инструкция по проведению технологической поверки геодезических приборов. – ГКИНП (ГНТА)-17-195-99. – Москва : ЦНИИГАиК, 1999.
11. Инструкция о порядке предоставления в пользование и использования материалов и данных федерального картографо-геодезического фонда. - ГКИНП (ГНТА)-17-267-02. – Москва : ЦНИИГАиК, 2002.
12. Инструкция по составлению проектно-сметной документации. - ГКИНП (ГНТА)-16-2000. – Москва :

- ЦНИИГАиК, 2000.
13. "Инструкция об охране геодезических пунктов. ГКИНП-07-11-84" (утв. ГУГК СССР 02.08.1984, Минобороны СССР 22.08.1984)
  14. Руководство по планированию топографо-геодезических работ. – ГКИНП (ОНТА)-17-2000. – Москва : ЦНИИГАиК, 2000.
  15. Основные положения о государственной геодезической сети Российской Федерации. – ГКИНП (ГНТА)-01-006-03. – Москва : ЦНИИГАиК, 2004.
  16. РТМ 68-13-99. Условные графические изображения в документации геодезического и топографического производства. – Москва : ЦНИИГАиК, 2000.
  17. РТМ 68-8.25-01. Порядок расчёта межповерочных интервалов для средств измерений топографо-геодезического назначения. – Москва : ЦНИИГАиК, 2001.
  18. Правила закладки центров и реперов на пунктах геодезической и нивелирной сетей: Приказ ГУГК СССР от 14 января 1991 г. № 6.
  19. Правила по технике безопасности на топографо-геодезических работах. – Москва : Недра, 1991.
  20. Условные знаки для топографических планов масштабов 1:5000, 1:2000, 1:1000 и 1:500. – Москва : Недра, 1989.
  21. Справочник базовых цен на инженерные изыскания для строительства: Инженерно-геодезические изыскания (цены приведены к базисному уровню на 01.01.2001)
  22. Справочник сметных укрупнённых норм на топографо-геодезические работы. - СУСН-2002. Часть I. Полевые работы. – Москва : ЦНИИГАиК, 2002.
  23. Справочник сметных укрупнённых норм на топографо-геодезические работы. - СУСН-2002. Часть II. Камеральные работы. – Москва : ЦНИИГАиК, 2002.
  24. Единые нормы выработки (времени) на геодезические и топографические работы. Часть I. Полевые работы. – Москва : ЦНИИГАиК, 2003.
  25. Единые нормы выработки (времени) на геодезические и топографические работы. Часть II. Камеральные работы. – Москва : ЦНИИГАиК, 2003.
  26. Сметные укрупнённые расценки на топографо-геодезические работы. СУР-2002. – Москва : Федеральная служба геодезии

и картографии, 2003.

27. Требования безопасности труда при эксплуатации топографо-геодезической техники и методы их контроля. РД БГЕИ 36-01. – Москва : ЦНИИГАиК, 2001.

## Словарь терминов

**Азимут** - в геодезии угол между направлением на север и направлением на какой-либо предмет. Отсчитывается по часовой стрелке. В зависимости от направления на север, различают: магнитный (отсчитываемый от магнитного меридиана), геодезический (отсчитываемый от геодезического меридиана) и астрономический (отсчитываемый от астрономического меридиана) азимуты.

**Альтиметр** - высотомер.

**Альтиметрия** (спутниковая) - способ изучения фигуры Земли, основанный на измерении высоты спутника над её поверхностью.

**Апогей** - наиболее удалённая от планеты точка орбиты космического тела.

**Апоцентр орбиты** - точка апогея орбиты

**Атомное время** - хранимое атомными часами, всегда равномерное, не зависящее от вращения Земли

**Барицентр** - точка равновесия масс двух и более тел. Например, барицентр Земля - Луна, или Солнце - планеты Солнечной системы.

**Визирная цель** - точка или предмет, обычно цилиндрической формы, предназначенный для визирования (наведения) геодезического прибора.

**Возмущающий потенциал** – разность между потенциалом силы тяжести Земли и его нормальным значением на поверхности уровня эллипсоида.

**Восходящий узел орбиты** - точка орбиты ИСЗ, у которой подспутниковая точка располагается на экваторе Земли, а сам спутник переходит из южного полушария в северный.

**Всемирное время** - универсальное время, UT (англ. Universal Time) шкала времени, основанная на вращении Земли и соответствующая среднему солнечному времени на меридиане Гринвича (Гринича)..

**Всемирное координированное время** - универсальное время UTC, длительность секунды которого равна длительности атомной секунды, но начало суток которого координируется со всемирным временем UT.

**Высота геодезическая** - расстояние по нормали от точки до поверхности земного эллипсоида.

**Геодезический пункт** - закреплённая на местности физическая точка, координаты которой определены геодезическими методами. Физическая точка обычно размещается на марке, которая образует центр пункта. Геодезический пункт может быть окружён окопкой, и на нём может быть установлен наружный знак.

**Геодезия** – наука об определении фигуры, размеров и гравитационного поля Земли, измерении объектов на местности о пространственном позиционировании и ориентировании объектов в заданной системе координат с использованием инструментальных методов для создания карт и планов, проведения хозяйственных мероприятий, проектирования и строительства сооружений, дорог, каналов и т. п.

**Геоид** - уровенная поверхность гравитационного поля Земли, на океанах и морях совпадающая с поверхностью невозмущённых водных масс и продолженная под островами и материками так, чтобы вектор силы тяжести в каждой точке был перпендикулярен этой поверхности.

**Геоцентрическая гравитационная постоянная** - характеристика планеты Земля, являющаяся произведением массы Земли (с учётом атмосферы) на гравитационную постоянную.

**Градиентометр** (гравитационный) - прибор, определяющий изменение ускорения силы тяжести при его перемещении.

**Градиентометрия** (спутниковая) - способ изучения гравитационного поля Земли, основанное на использовании градиентометров, установленных на ИСЗ.

**Гринвичская система координат** - любая система координат, в которой одна из осей связана с положением гринвичского меридиана (в отличие от инерциальной).

**Гринвичский меридиан** - меридиан, проходящий через ось пассажного инструмента Гринвичской обсерватории.

**Декартова** (система координат) - прямолинейная система координат на плоскости или в пространстве (обычно с взаимно перпендикулярными осями и одинаковыми масштабами по осям).

**Геопотенциал** - потенциал силы гравитационного притяжения.



**Дисперсия объектива** - явления «размывания» получаемого изображения, вызванное разложением света на спектральные составляющие.

**Дисторсия объектива** - явление искажения изображения из-за формы поверхности линз.

**Доплера эффект** - изменение частоты и длины волн, регистрируемых приёмником, вызванное движением их источника и/или движением приёмника. Эффект назван в честь австрийского физика К. Доплера.

**Засечка** - метод в геодезии, позволяющий получить координаты одного пункта. Засечки бывают прямыми и обратными, а по используемым приборам линейными и угловыми.

**Звёздное время** - шкала времени, в котором длительность суток определяется последовательными верхними кульминациями точки весеннего равноденствия.

**Зенитное расстояние** – угол между отвесной линией и направлением на визирную цель. Угол отсчитывается «сверху – вниз», поэтому, зенитное расстояние направления, лежащего в плоскости горизонта равно  $90^\circ$ , лежащего выше горизонта – менее  $90^\circ$ , лежащего ниже горизонта – более  $90^\circ$ .

**Инерциальная система координат** - любая система координат, одна из осей которой связана с направлением на точку весеннего равноденствия (в отличие от гринвичской системы координат).

**Интерференция** - перераспределение интенсивности колебаний в результате наложения (суперпозиции) нескольких электромагнитных волн.

**Интерферометрия** - метод измерений, основанный на явлении интерференции электромагнитных волн.

**Квазигеоид** - по материалам наземных наблюдений строго определяемая поверхность, на морях и океанах совпадающая с поверхностью геоида. Под островами и континентами отступает от поверхности геоида на величины в несколько сантиметров в равнинных районах и до двух метров в горных районах. Используется в Балтийской системе высот как поверхность, от которой отсчитываются нормальные высоты.

**Лагранжиан** - функция Лагранжа динамической системы, является функцией обобщённых координат и описывает эволюцию системы.

**Меридиан** - линия, соединяющая какие либо точки с заданными характеристиками. В геодезии различают магнитный, геодезический и астрономический меридианы. Магнитный меридиан - проекция силовой линии геомагнитного поля на поверхность Земли. Все магнитные меридианы представляют собой сложные кривые, сходятся в северном и южном магнитных полюсах Земли. Геодезический меридиан - линия сечения поверхности земного эллипсоида плоскостью, проходящей через оба полюса Земли. Астрономический меридиан точки представляет собой след сечения земной поверхности плоскостью, проходящей через направление отвесной линии в этой точке и параллельной оси вращения Земли

**Непотенциальная сила** - любая сила, воздействующая на ИСЗ и не являющаяся силой притяжения Земли, например: давление солнечного ветра, торможение атмосферы и т.п.

**Нисходящий узел орбиты** - точка орбиты ИСЗ, у которой подспутниковая точка располагается на экваторе Земли, а сам спутник переходит из северного полушария в южный.

**Нормальное значение силы тяжести** – значение силы тяжести на поверхности уровенного эллипсоида.

**Нормаль** - в геодезии линия, перпендикулярная поверхности земного эллипсоида в данной точке.

**Общеземной эллипсоид** - земной эллипсоид, центр которого совпадает с центром масс Земли, а малая полуось совпадает с осью вращения Земли в пределах точности измерений, достигнутых на данном этапе развития геодезии.

**Оскулирующая орбита** - идеальная (кеплерова) орбита, характеризующая движение ИСЗ на заданный момент.

**Отвесная линия** - линия, совпадающая с вектором силы тяжести в данной точке.

**Ошибки измерений** - самопроизвольно проявляющиеся изменения в результатах измерений (в том числе геодезических) из-за влияния различных факторов: инструментальные, личные, внешней среды и т. п. Различают ошибки случайные и систематические.

**Ошибки систематические** - ошибки, которыми отягощены результаты измерения и которые проявляются всегда, с одним знаком и одинаковые по абсолютной величине.

**Ошибки случайные** - ошибки, которые имеют результаты любых измерений, но у которых нельзя предсказать заранее знак и абсолютную величину.

**Ошибка средняя квадратическая** - характеристика качества произведённых измерений или точностная характеристика геодезического прибора. Теоретические положения по средней квадратической ошибке излагаются в курсе дисциплины «Теория математической обработки измерений».

**Параллель (геодезическая)** - линия на поверхности эллипсоида, получаемая сечением плоскости, перпендикулярной малой полуоси. В каждой своей точке параллель перпендикулярна меридиану. Экватор также является параллелью.

**Перигей** - наиболее близкая к планете точка орбиты космического тела.

**Перицентр орбиты** - точка перигея орбиты

**Пертурбационная функция** - возмущающая функция, вспомогательная функция в теории возмущений небесных тел; зависит от координат данного (возмущаемого) небесного тела, а также от координат и масс притягивающих его тел.

**Плоскость синхронизации** - плоскость, образуемая тремя точками - две точки на земной поверхности и ИСЗ, получаемая в момент производства синхронных наблюдений.

**Подспутниковая точка** - точка на поверхности Земли, являющаяся проекцией мгновенного положения ИСЗ.

**Полигонометрия** - метод, применяемый в геодезии для передачи координат от точки к точке через решение прямых геодезических задач. Реализуется путём проложения полигонометрического хода с измеренными углами поворота и расстояниями между точками хода.

**Полуось** - в геодезии линия, характеризующая размер земного эллипсоида. Различают большую (от центра эллипсоида до экватора) и малую (от центра эллипсоида до полюса) полуоси. Для эллипсоида Красовского размер большой полуоси равен 6378245 м. Малая полуось земного эллипсоида совпадает с осью вращения Земли (для общеземного эллипсоида) или параллельна ей (для референц-эллипсоида).

**Полюс** - некая точка. В геодезии различают геомагнитный, геодезический и астрономический полюса (разделение условное).

Геомагнитный полюс - точка, где сходятся силовые линии магнитного поля Земли. Геодезический полюс - точка, получаемая пересечением малой полуоси поверхности эллипсоида. Астрономический полюс - точка на поверхности Земли, через которую проходит ось вращения планеты.

**Полярное сжатие** - см. Сжатие.

**Поправка** - некая величина, прибавляемая к другой величине, например, к результатам измерений, с целью уменьшения влияния ошибок.

**Референц-эллипсоид** - земной эллипсоид с заданными параметрами, центр которого находится вблизи центра масс Земли, а его малая полуось параллельна оси вращения Земли.

**Секториальная скорость** - скорость движения тела по орбите, при которой его радиус-вектор покрывает заданную площадь за заданный промежуток времени.

**Сжатие** (полярное сжатие) - в геодезии величина, характеризующая форму земного эллипсоида. Определяется как отношение разности большой и малой полуосей к размеру большой полуоси. Для эллипсоида Красовского сжатие равно 1:298,3.

**Систематическая ошибка** - см. Ошибки систематические.

**Случайная ошибка** - см. Ошибки случайные.

**Средняя квадратическая ошибка** - см. Ошибка средняя квадратическая.

**Сфероид** - см. Эллипсоид.

**Точка весеннего равноденствия** - точка пересечения эклиптики и небесного экватора от которой Солнце начинает подниматься над небесным экватором.

**Траверс** - линия, соединяющая наземную точку и точку на орбите ИСЗ, в которой эта линия перпендикулярна касательной к орбите.

**Триангуляция** - метод, применяемый в геодезии для передачи координат от точки к точке. Геометрически представляет собой совокупность треугольников с измеренными углами.

**Трилатерация** - метод, применяемый в геодезии для передачи координат от точки к точке. Геометрически представляет собой совокупность треугольников с измеренными длинами сторон.

**Угол наклона орбиты** - угол, отсчитываемый от меридиана в восходящем узле орбиты в по вектору движения ИСЗ.

**Уклонение отвесной линии** - угол между нормалью к поверхности земного эллипсоида и отвесной линии.

**Уравнивание** - математическая процедура, предназначенная для нахождения поправок в измерения, соответствующих наибольшей плотности вероятности.

**Хорда** - прямая линия, соединяющая две точки на поверхности Земли или земного эллипсоида.

**Эйлеровый полюс** - точка на поверхности тектонической плиты, вокруг которой происходит её вращение.

**Экватор** - в геодезии линия на поверхности эллипсоида, получаемая сечением плоскостью, перпендикулярной малой полуоси и проходящей через центр эллипсоида.

**Эксцентриситет** – в эллиптической орбите разность между большой и малой полуосей, отнесённая к большой полуоси.

**Эллипсоид (сфероид)** - геометрическая фигура, получаемая вращением эллипса вокруг одной из осей. При вращении вокруг малой оси получают эллипсоид, характеризующийся полярным сжатием.

**Эфемеридное время** - равномерная шкала времени, основанная на определении секунды, введенном в 1952 году на 8 съезде Международного Астрономического Союза, которое не зависит от изменяющейся скорости вращения Земли. Местное солнечное или звёздное время, исправленное на неравномерность вращения Земли и движение полюса.

## Словарь персоналий

**Вяйсяля Ирвё** (1891-1971) - финский астроном, оптик и геодезист, профессор, академик.

**Гамильтон Вильям Роуэн** (1806-1865) - один из гениальнейших математиков Британии (Шотландия).

**Доплер Кристиан** (1803-1853) - австрийский физик. Основные труды выполнены по абберации света, теории микроскопа и оптического дальномера, теории цветов и некоторым другим темам. В 1842 Доплер теоретически обосновал зависимость частоты колебаний, воспринимаемых наблюдателем, от скорости и направления движения источника волн и наблюдателя относительно друг друга. Это явление впоследствии было названо его именем (эффект Доплера).

**Кардашев Николай Семёнович** (род 1932) - российский астроном, академик РАН, директор Астрокосмического центра ФИАН. Первый исследователей квазаров.

**Кеплер Иоганн** (1571 - 1630) - немецкий астроном. Открыл законы движения планет (Кеплера законы), на основе которых составил таблицы движения планет. Заложил основы теории затмений. Изобрёл телескоп, в котором объектив и окуляр - двояковыпуклые линзы.

**Лагранж Жозеф Луи** (1736-1813) - французский математик и физик

**Лаплас Пьер-Симон** (1749 - 1827) - выдающийся французский математик, физик, астроном, член Французского географического общества, специалист в области небесной механики и дифференциального исчисления, один из создателей теории вероятности.

**Эйлер Леонард** (1707-1783) - швейцарский, немецкий и российский математик и механик, внёсший фундаментальный вклад в развитие этих наук (а также физики, астрономии и ряда прикладных наук).

ДЛЯ ЗАМЕТОК

Учебное пособие  
ISBN 978-5-906759-15-3

Тарелкин Е.П. Космическая геодезия: учебное пособие /  
Е.П. Тарелкин, А.Ф. Блинов – Санкт-Петербург : НОИР г. Санкт-  
Петербург, 2015. – 96 с.

Ответственный за выпуск Грызлова А.В.  
Редактор Федорова Т.Л.

Подписано в печать 24.12.2014  
Заказ № 1224/14  
Формат 60x84 1/16  
Усл. печ.л. 4,9.  
Тираж 300 экз.

Отпечатано в ООО «Информационно-консалтинговый  
центр» по заказу НЧОУ ВПО  
«Национальный открытый институт г. Санкт-Петербург»

197183 г. Санкт-Петербург, ул. Сестрорецкая дом 6  
Тел. +7-812-430-07-16 доб. 224