

**Автономная некоммерческая организация высшего образования
«Национальный открытый институт г. Санкт-Петербург»**

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе

_____ **Тихон М.Э.**

«31» октября 2022 г.

**ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ
ПО МАТЕМАТИКЕ**

для поступающих на направления подготовки бакалавриата

**Санкт-Петербург
2022**

I. Цель вступительного испытания - определить уровень базовой подготовленности абитуриентов по предмету «Математика» (профильный уровень), необходимый для освоения программ высшего образования - программ бакалавриата.

II. Требования к предметным результатам освоения базового курса математики отражают:

1. сформированность представлений о математике как части мировой культуры и о месте математики в современной цивилизации, о способах описания на математическом языке явлений реального мира;
2. сформированность представлений о математических понятиях как о важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;
3. владение методами доказательств и алгоритмов решения; умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
4. владение стандартными приёмами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем;
5. сформированность представлений об основных понятиях, идеях и методах математического анализа;
6. владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать на чертежах, моделях и в реальном мире геометрические фигуры; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;
7. сформированность представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, о статистических закономерностях в реальном мире, об основных понятиях элементарной теории вероятностей; умений находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях и основные характеристики случайных величин. **Поступающий должен знать:**

- Основные понятия алгебры, геометрии и математического анализа.
- Основные математические законы и следствия.
- Формулировки теорем и утверждений, указанных в темах для изучения.
- Формулы, используемые при решении задач алгебры, геометрии и математического анализа.
- Основные элементы и формулы комбинаторики, статистики и теории вероятностей.

Поступающий должен уметь:

- Производить арифметические действия над числами, заданными в виде обыкновенных и десятичных дробей; с требуемой точностью округлять данные числа и результаты вычислений; пользоваться калькуляторами или таблицами для вычислений.

- Проводить тождественные преобразования многочленов, дробей, содержащих переменные, выражений, содержащих степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции.
- Строить графики линейной, квадратичной, степенной, показательной, логарифмической и тригонометрических функций.
- Решать уравнения и неравенства первой и второй степени, уравнения и неравенства, приводящиеся к ним; решать системы уравнений и неравенств первой и второй степени и приводящиеся к ним. Сюда, в частности, относятся простейшие уравнения и неравенства, содержащие степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции.
- Решать задачи на составление уравнений и систем уравнений.
- Изображать геометрические фигуры на чертеже и производить простейшие построения на плоскости.
- Использовать геометрические представления при решении алгебраических задач, а методы алгебры и тригонометрии - при решении геометрических задач.
- Проводить на плоскости операции над векторами (сложение и вычитание векторов, умножение вектора на число) и пользоваться свойствами этих операций.
- Пользоваться понятием производной при исследовании функций на возрастание (убывание), на экстремумы и при построении графиков функций.
- Моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять уравнения и неравенства по условию задачи; исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры.
- Моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры; решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин.
- Проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать логически некорректные рассуждения.
- Моделировать реальные ситуации на языке теории вероятностей и статистики, вычислять в простейших случаях вероятности событий.

Поступающий должен владеть навыками:

- анализа реальных числовых данных, информации статистического характера; осуществления практических расчетов по формулам;
- описания с помощью функций различных реальных зависимостей между величинами и интерпретирования их графиков; извлечения информации, представленной в таблицах, на диаграммах, графиках;
- решения прикладных задач, в том числе социально-экономического и физического характера, на наибольшие и наименьшие значения, на нахождение скорости и ускорения.

III. Темы для изучения:

Арифметика, алгебра и начала анализа

1. Натуральные числа (N). Простые и составные числа. Делитель, кратное. Наибольший общий делитель, наименьшее общее кратное.
2. Целые числа (Z). Рациональные числа (Q), их сложение, вычитание, умножение и деление. Сравнение рациональных чисел.
3. Действительные числа (R), их представление в виде десятичных дробей. Изображение чисел на прямой. Модуль действительного числа, его геометрический смысл.
4. Числовые выражения. Выражения с переменными. Формулы сокращенного умножения. Степень с натуральным и рациональным показателем. Арифметический корень.
5. Логарифмы и их свойства.
6. Одночлен и многочлен. Разложение квадратного трехчлена на линейные множители.
7. Понятие функции. Способы задания функции. Область определения. Множество значений функции.
8. График функции. Возрастание и убывание функции; периодичность, четность, нечетность. Экстремумы функции.
9. Определение, основные свойства и графики функций:
линейной $y=kx+b$, квадратичной $y=ax^2+bx+c$, гиперболической $y=k/x$,
степенной $y=ax^n$, показательной $y=a^x$, логарифмической $y=\log_a x$,
тригонометрических: $y=\sin x$, $y=\cos x$, $y=\operatorname{tg} x$
10. Уравнение. Корни уравнения.
11. Неравенства. Решение неравенств.
12. Системы уравнений и неравенств.
13. Арифметическая и геометрическая прогрессия.
14. Определение производной. Ее физический и геометрический смысл. Производные функций $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$, $y = a^x$, $y = x^n$.
15. Формулы приведения. Зависимости между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента. Тригонометрические функции двойного аргумента.

Геометрия

1. Прямая, луч, отрезок, ломаная; длина отрезка. Угол, величина угла. Вертикальные и смежные углы. Параллельные прямые. Окружность, круг.
2. Примеры преобразования фигур, виды симметрии. Преобразование подобия и его свойства.
3. Векторы. Операции над векторами.
4. Многоугольник, его вершины, стороны, диагонали.

5. Треугольник. Его медиана, биссектриса, высота. Виды треугольников. Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника.
6. Четырехугольники: параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция.
7. Окружность и круг. Центр, хорда, диаметр, радиус. Касательная к окружности. Дуга окружности. Сектор.
8. Центральные и вписанные углы.
9. Вписанные и описанные многоугольники.
10. Формулы площади: треугольника, прямоугольника, параллелограмма, ромба, квадрата, трапеции.
11. Длина окружности и длина дуги окружности. Радианная мера угла.
12. Площадь круга и площадь сектора.
13. Подобие. Подобные фигуры. Отношение площадей подобных фигур.
14. Плоскость. Параллельные и пересекающиеся плоскости.
15. Параллельность прямой и плоскости.
16. Угол прямой с плоскостью. Перпендикуляр к плоскости.
17. Двугранные углы. Линейный угол двугранного угла. Перпендикулярность двух плоскостей.
18. Многогранники. Их вершины, ребра, грани, диагонали. Прямая и наклонная призмы; пирамиды. Правильная призма и правильная пирамида. Параллелепипеды, их виды.
19. Фигуры вращения: цилиндр, конус, сфера, шар. Центр, диаметр, радиус сферы и шара. Плоскость, касательная к сфере.
20. Объем параллелепипеда.
21. Площадь поверхности и объем призмы, пирамиды, цилиндра, конуса.
22. Объем шара и его частей, площадь поверхности сферы.